Math. A.
250

Math. Scr. varia Staticam et Mechan. illustrantia. 476.

Math. A. 250.

Vorlesungen aus der Naturlehre.

Von
Joseph Weber.

Zweite Abhandlung.

Von den Bewegungsgesetzen, und deren Anwendung auf die Statik und Hidrostatik.

Dilingen,
gedruckt bei Bernhard Kälin, hochfürstl. bischöflichen Universitätsbuchdrucker und Buchhändler.
1789.

Die Wissenschaften sind Piramiden, deren Fußgestell Geschichte und Erfahrung sind.

Verulam.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Zweite Abhandlung.

Von den verschiedenen Bewegungsgesetzen, und von der Anwendung dieser Gesetze auf Statik, und Hidrostatik.

I.

Die Bewegung wird aus mancherlei Gesichtspunkten betrachtet, und erhält deßwegen verschiedene Namen: — So ist die Bewegung in Hinsicht,

1. Auf die Lage, wirklich; scheinbar; gemeinschaftlich, eigen.

2. Auf die Kräfte, einfach, zusammengesetzt.

3. Auf die **Richtung**, geradlinigt, krumlinigt.

4. Auf die **Geschwindigkeit**, gleichförmig, verändert, diese beschleunigt, oder abnehmend, gleichförmig beschleunigt, oder gleichförmig abnehmend ꝛc.

2.

Gemeinschaftliche Bewegung (**Motus communis**, primus) ist die Bewegung, welche ein Körper als Theil eines Ganzen betrachtet mit andern, die das Ganze ausmachen, gemein hat; — so haben alle Personen auf einem sanft hinrinnenden Kahne eine gemeinschaftliche Bewegung. — (**Motus proprius** — **motus** secundus) die eigene ist das Gegentheil von der gemeinschaftlichen.

Scheinbare Bewegung (**Adparens**) ist die Bewegung, wie sie dem Auge aus einem gewissen Gesichtspunkte vorkommt. — So können uns Dinge bewegt scheinen, welche stillstehen, zurückzugehen scheinen, wenn sie vorwärts gehen u. s. w. (Optik): dieses geschieht allemal, wenn wir die wahre Entfernung der Gegenstände voneinander nicht richtig schätzen, oder unser eigene Bewegung nicht mit in das Urtheil über die Erscheinung bringen. — So scheint es uns, daß sich das Gestad bewege, wenn wir auf einem Schiffe unsrer eigenen Bewegung vergessen. u. s. w. Die wahre Bewegung (**Verus motus**) ist der scheinbaren entgegengesetzt.

3.

Einfache Bewegung (Motus simplex) ist, welche entweder nur von einer einzigen Kraft, oder von mehrern, welche nach einerlei oder nach geradlinigt entgegengesetzten Richtungen wirken, hervorgebracht wird.

Von dieser Bewegungsart sind

1. Der Fall der Körper durch die Schwere,

2. Der Lauf eines Wagens, der von mehrern Pferden gezogen wird,

3. Das Emporsteigen eines senkrecht in die Höhe geworfenen Steines, dem die Schwere geradlinigt entgegenwirkt.

Die Bewegung, welche herrührt von Kräften, die nach verschiedenen Richtungen zielen, oder deren Richtungen einen Winkel gestalten, ist zusammengesetzte Bewegung (Motus compositus).

4.

Krumlinigte Bewegung (Motus curvilineus) gehört immer zu den zusammengesetzten Bewegungen, und ist jene, wobei der zurückgelegte Weeg eine krumme Linie ist. Einfache Bewegungen sind immer geradlinigt, d. i. weichen von ihrer Richtung nie ab.

5.

Gleichförmige Bewegung (Vniformis, aequabilis motus) dessen Geschwindigkeit immer

gleich bleibt — oder der in gleichen Zeiten immer gleiche Räume zurücklegt. — So muß der Zeiger einer guten Uhr jede Stunde, jede Minute ꝛc. gleich weit gehen — gleich geschwind sich bewegen, d. i. muß seine Bewegung gleichförmig machen. — Veränderte, ungleichförmige Bewegung (Motus variatus — inaequabilis) ist die Bewegung eines Körpers, dessen Geschwindigkeit nicht immer gleich ist — heißt

beschleunigte, wachsend (acceleratus)
oder vermindert, abnehmend (retardatus)

Wenn die Geschwindigkeit von Zeit zu Zeit grösser, oder geringer wird. — Beispiel an einem Schiffe, das in einem Fluß von allerlei Krümmungen, schwimmt — bald von mehrern, bald von wenigern Rudern getrieben wird.

Gleichförmig beschleunigte Bewegung (Motus vniformiter, aequabiliter acceleratus) ist die Bewegung jenes Körpers, dessen Geschwindigkeit in gleichen Zeiten gleichstark zunimmt. (Erste Abhandl. n. 47. 5.) B. im Falle eines Steines; sie entsteht, wenn eine unveränderte Kraft in dem schon bewegten Körper zu wirken fortfährt, und ihm in gleichen Zeiten immer gleiche Zusätze der Geschwindigkeit giebt, alswie die Schwere der Körper. — Nimmt die Geschwindigkeit der Körper zu, doch nicht in gleichen Zeiten, mit gleicher Stärke, so ist die Bewegung ungleichförmig beschleunigt; so fällt der Körper, wenn die Höhe, von der ein Körper fällt, zum Halbmesser der Erde ein merkliches Verhältniß hat.

Gleichförmig verminderte Bewegung (Vniformiter — aequabiliter retardatus) ist jene Bewegung des Körpers, dessen Geschwindigkeit in gleichen Zeiten, gleich abnimmt, Beispiel an einem in die Höhe geworfenen Körper. — Im Gegentheile ungleichförmig abnehmend...

6.

Gesetze verschiedener Bewegungsarten.

Vorerinnerung.

Diese Materie ist eigentlich ein Gegenstand der angewandten Mathematik. Da aber alles in der Körperwelt durch Bewegung geschieht, und mithin sich in der Phisik ohne genaue Kenntniß der Bewegungsgesetze nicht wohl ein Fortgang machen läßt, so halte ich es für nöthig, das Brauchbarste dieser Materie vorzutragen, und den Vortrag dessen allen meinen Zuhörern anzubequemen. Nemlich, ich hebe nur die fruchtbarsten Sätze aus, und gebe davon die leichtesten Beweise; jene, welche tiefere Einsicht in die Mathematik fodern, als der grössere Theil meiner Hörer besitzt, nehme ich als Lehnsätze (Lemmata) aus der höhern Mechanik auf, zeige überall die Uebereinstimmung derselben mit der Erfahrung, und komme hie und da der Vorstellung durch Werkzeuge, Modelle u. d. gl. zu Hilfe. Dieß, denke ich, soll zum voraus die abschreckende Meinung mildern, welche die Anfänger in der Phi-

sie aus Hörensagen von dieser Materie haben; soll ihnen Muth machen, auch hier mit Lust an die Sache zu gehen, und sich nicht durch Schwierigkeiten, die nirgends sind, in ihrem Fleiß aufhalten lassen. Die Mühe im Nachdenken über die in dieser Abhandlung vorkommenden Gegenstände, wird wohl vergolten, denn es ist auch kein gering Vergnügen, Wahrheiten, die etwas tiefer liegen, deutlich zu schauen, und es ist ein grosser Gewinn in dem, daß diese Abhandlung den Verstand der Anfänger schärfet, und geschickt macht, alles, was in den übrigen Theilen der Naturlehre vorkommt, leicht und schnell zu fassen — anderer Vortheile nicht zu gedenken.

7.

Gesetze der gleichförmigen Bewegung

1. Bewegen sich zwei Körper A und B gleichförmig, und gleichlange Zeit; A durchläuft aber einen dreimal grössern Raum, als B, so wird die Bewegung von A dreimal geschwinder genennt, als die Bewegung von B.

2. Setzen wir, daß die beiden Körper A und B einen gleich grossen Raum, mit gleichförmiger Bewegung zurücklegen; B aber brauche dreimal mehr Zeit dazu als A; so wird dann die Bewegung von A wieder dreimal geschwinder heißen als jene von B.

I. Es ist also in der gleichförmigen Bewegung, wenn die Geschwindigkeit C, der Raum

S,

S, und die Zeit T heißen, $C = \frac{S}{T}$; und in Vergleich zweier $C : c = \frac{S}{T} : \frac{s}{t}$ woraus

II. Diese 2 Proportionen $S : s = Ct : ct$, und $T : t = \frac{S}{C} : \frac{s}{c}$.

* Der Raum, den der Körper mit gleichförmiger Bewegung durchläuft, wird schicklich durch ein Parallelogram ausgedrückt (Fig. 6.) dessen Höhe AB die Zeit; die Grundlinie BC die Geschwindigkeit ausdrückt, denn durch dieses Bild kann in uns der Gedanke richtig entstehen, daß in gleichen Zeiten immer gleiche Räume durchgelaufen werden, — daß die Räume seien, wie das Produkt aus Geschwindigkeit in die Zeit u. s. w.

8.

Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung.

Bei dieser Bewegung erhält die Geschwindigkeit des Körpers in allen folgenden gleichen Zeiten gleiche Zuwüchse, mithin ist $C = T$. Den Raum S, welchen ein Körper mit dieser Bewegung macht, drückt schicklich ein rechtwinklichtes Dreieck A B C aus. Beweis:

Man stelle sich die Zeit während dem Fall durch einen gewissen Raum, unter der Linie A1 vor, (Fig. 6.) die am Ende dieser Zeit erlangte Ge-

schwindigkeit sei 1a, ziehe alsdann die Linie Aa, so stellt das Dreieck A1a den während dieser Zeit durchgelaufenen Raum vor. Denn wenn wir setzen, die Linie A1 werde in unendlich viele kleine Theilchen getheilt, und durch jegliche Theilungspunkte mit 1a eine Parallele gezogen, so werden diese Geschwindigkeiten in jedem dieser kleinen Theilchen die Zeit vorstellen. — Nun verhält sich aber der Raum, welcher in jedem unendlich kleinen Zeittheilchen beschrieben wird, wie die Geschwindigkeit (denn in so kurzen Augenblicken kann man die Geschwindigkeit als gleichförmig betrachten) mithin ist die Summe aller dieser in gleichen Momenten der Zeit A1 beschriebenen Räumchen, die Summe aller Geschwindigkeiten, oder der zunehmenden Pararelllinien mit 1a, welche jene vorstellen. Die Summe aber aller dieser Linien macht den Raum des ganzen Dreiecks A1a aus: mithin ist der ganze in der Zeit A1 durchgelaufene Raum, der Raum des Dreiecks A1a. — Es stellet daher auch das Dreieck A2b den Raum vor, welcher in der Zeit A2 durchlaufen worden, und das Dreieck A3c den in der Zeit A3 durchgelaufenen u. s. w.

Nun sind die Dreiecke A1a, A2b u. s. w. einander ähnlich (Geometr.). Es stehen aber ähnliche Dreiecke in dem Verhältniß der Quadrate ihrer gleichnamigen Seiten; und so verhalten sich die Dreiecke A1a, A2b u. s. w. alswie die Quadrate A1, A2, oder 1a, 2b ꝛc.

Woraus dann folgende Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung einleuchten.

I.

I. $S = T^2$, oder C^2 mithin auch

II. $T = \sqrt{S}$ — d. i. der vom Anfange durchgelaufene Raum ist in der doppelten Zeit viermal, in der dreifachen 9mal so groß u. s. w. als in der einfachen. . . Die durchgelaufenen Räume vom Anfange an gerechnet, folgen daher also aufeinander 1. 4. 9. 16. 25. u. s. w. Und die Zeit ist wie die Wurzel des Raumes ꝛc.

Diese Gesetze lassen sich im vorigen Bilde (Fig. 6. Tab. I.) anschaulich machen. A1a sei der Raum, den ein Körper in dem ersten Zeitchen durchläuft: A2b sei der Raum, den er in zweien dem ersten gleichen Zeitchen durchläuft: A3c der Raum drei solcher Zeitchen ꝛc. Nun aber enthält A2b vier Triangeln, welche dem A1a gleich sind: A3c enthält 9 derlei Triangeln ꝛc.

Es ist daher in der Zeit 2 der Raum = 4; in der Zeit 3 der Raum = 9 u. s. w. das ist $S = T^2$; und $T = \sqrt{S}$.

Eben lehrt auch der Augenschein, daß die Räume einzeln betrachtet im arithmetischen Verhältniß stehen, und also aufeinander folgen 1. 3. 5. 7. 9. u. s. w. denn der im zweiten Moment durchgelaufene Raum 1a2b enthält 3 Triangeln, welche jenem des ersten Moments A1a gleich sind; der Raum 2b3c, welcher im dritten Moment durchgeloffen worden, enthält 5 solche u. s. w.

Bringt man endlich noch die beschleunigende Kraft V mit in die Rechnung, so erhält man zur

Be=

Bestimmung des Raumes, der mit gleichförmig beschleunigter Bewegung durchgelaufen wird, durch diese Formel $S = VT^2$.

* Durch $S = T^2$ läßt sich die Höhe eines Thurms, die Tiefe eines Brunnens u. d. gl. bestimmen; durch Hilfe der Beschleunigung erhält man eine grössere Quantitas Motus z. B. beim Pfahleinschlagen u. s. w.

9.

Bei einer gleichförmig abnehmenden Bewegung verhalten sich die Verminderungen der Geschwindigkeiten, wie die Zeiten, in welchen die Geschwindigkeiten abnehmen; da sich nun bei einer gleichförmig zunehmenden Bewegung die Zusätze der Geschwindigkeiten gleichfals verhalten, wie die Zeiten, so ist eine gleichförmig abnehmende Bewegung eine verkehrte gleichförmig zunehmende Bewegung. Es gelten daher die Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung auch von der gleichförmig abnehmenden nur in verkehrter Ordnung.

10.

Gesetze der zusammengesetzten Bewegung.

Wirken zwei Kräfte nach verschiedenen Richtungen (unter einem Winkel) auf einen Körper, so muß eine Bewegung erfolgen, die mit beiden Kräften ein Verhältniß hat: nun aber

macht

macht dieß Verhältniß nur die Mittellinie (die Diagonallinie) aus, welche man erhält, wenn man aus den zwei Richtungen der Kräfte ein Parallelogram formirt: mithin beschreibt ein Körper durch zwei nach verschiedenen Richtungen wirkender Kräfte bewegt allemal die Diagonale eines Parallelograms, das man mit den Richtungen der Kräfte errichtet.

* Man begreift dieß leicht, wenn man bedenkt, daß der Körper A (Fig. 7. T. I.) an welchen 2 Kräfte nach den Richtungen AC und AD stossen, vermöge der Kraft B in der Linie ce, und vermöge der Kraft C in der Linie de, am Ende einer gewissen Zeit sein müsse. Der Körper A aber kann unmöglich zu gleicher Zeit in beiden Linien sein, außer in dem Punkt e, wo beide Linien einander schneiden. Also ꝛc.

** Eine Menge Erfahrungen bestätigen dieß Gesetz... Ein Schiff wird durch Rudern, das auf beiden Seiten geschieht — oder durch den Strom, und dem seitwärts blasenden Wind nach der Diagonal bewegt — ein durch den Daumen und Zeigefinger gepreßter Kirschenkern fliegt nach eben dieser Richtung — — Das Flügen der Vögel — das Schwimmen einiger Fische, die Bewegung der Muskeln, u. a. m. geschehen nach diesem Gesetze.

I. Die Geschwindigkeit des Körpers A, die er durch die zusammengesetzte Bewegung erhält, ist zu jener einer einzelen Wirkung, die z. B. B erhält, wie die Diagonallinie A e zur Seite A c, welche die Wirkung der einzelen Kraft ausdrückt.

II. Da nun die Diogallinie A e stäts kleiner sein muß, als die Summe beider Seiten A c + A d,

so

so ist auch die Geschwindigkeit der zusammengesetzten Bewegung stäts **kleiner**, als die Geschwindigkeiten zusammengenommen, welche der Körper von den einzelen Kräften nach einer und eben derselben Richtung würde erhalten haben.

III. Da ferner die Diagonallinie immer **wächst**, je **spitziger** der Winkel wird, unter dem B und C auf A wirken, und im umgekehrten Falle **kleiner**; so muß auch die Geschwindigkeit, mit welcher der Körper A sich bewegt, um so viel **grösser** sein, als **spitziger** der Winkel ist, den die Richtungen der Kräfte formiren, und um so viel **kleiner**, als **stumpfer** der Winkel ist.

* Daher können **einerlei** Kräfte sehr **verschiedene** Bewegungen mit verschiedenen **Geschwindigkeiten** verursachen — nachdem die Winkel ihrer Richtungen verschieden sind.

IV. Da es nun einerlei ist, ob sich der Körper A mit der Gewalt Ae allein, oder mit Ac und Ad zugleich bewege, so kann man sicher jede Diagonallinie als eine solche ansehen, die von einer zusammengesetzten Kraft erzeugt wird. — Will man also das Verhältniß dieser wirkenden Kräfte beurtheilen, so muß man allererst die Bewegung nach der Diagonal in eine zusammengesetzte verwandeln, auflösen. —

* Aus dem vorhergehenden ist es auch leicht den Weg zu zeichnen, den ein Körper von **mehreren** Kräften getrieben nehmen muß. Man suche nur zu zwei und zwei Kräfte nach und nach die Diagonallinie — die letzt gefundene giebt den Weg an. (Fig. 8. Tab. I.)

V.

V. Endlich ist es einleuchtend, daß, wenn ungleichartige Kräfte den Körper unter einen Winkel treiben, und die Parallellograme in ihrer Breite und Länge nicht nach einerlei Verhältniß wachsen, oder abnehmen, der Körper in einer krummen Linie bewegt werden müsse.

11.

Gesetze der Bewegung über die schiefe Ebene.

Erklärungen.

Eine gegen der Horizontallinie sich neigende Fläche, heißt eine schiefe Ebene — eine schiefliegende Fläche (Planum inclinatum — Fig. 9. T. I.).

Die Linie AC wird die Länge = dem Radius, AB die Höhe = dem Sinus, CB die Grundlinie = dem Cosinus genennt.

Die Gewalt, womit ein Körper nach der senkrechten Richtung der Schwere wirkt, und allemal seinem Gewichte gleich ist, heißt ganze Gewalt (Vis absoluta). Jede aber, die kleiner ist, als die absolute, respektive Gewalt (Vis respectiua).

12.

Erfahrung.

Ein Körper, der sich über eine schiefe Ebene

bewegt,

bewegt, wird immer zum Theil getragen, unterstützt, — und zwar desto mehr — je grösser die Neigung gegen die Horizontallinie ist: wirkt daher nicht nach seiner ganzen Schwere.

I. Es ist also die äußere Gewalt, die zur Aufhaltung der Bewegung eines Körpers auf einer schiefen Fläche erfoderlich ist, geringer, als das Gewicht des Körpers, und zwar um so viel geringer, als näher die Grundlinie der Länge kommt z. B. in der Bewegung einer Last über die sogenannte Leiter, daß also

II. Ein Körper, der auf einer schiefen Ebene liegt, oder bewegt wird, auf die Fläche drückt mit einer Gewalt, die sich zur ganzen Schwere verhält, wie die Grundlinie zur Länge, oder wie der Cosinus des Winkels C zum Radius: algebraisch P : V = C B : A C = C s : R.

III. Und die respektive Gewalt, womit so ein Körper über die Fläche hinzufallen strebt, ist zur ganzen Schwere, wie die Höhe zur Länge, oder wie der Sinus zum Radius — algebraisch

v : V = A B : A C = S : R.

13.

Die Erfahrung lehret, daß die Bewegung der Körper über die schiefen Ebenen durch ihre Schwere gleichförmig beschleunigt werde (Erste Abhandl. n. 61. 7.) und da gelten dann die obenangeführten Gesetze auch hier.

I.

I. Die Zeiten, in welchen die Körper auf verschiedenen Ebenen AC, und AH von eben der Höhe AB herunterfallen, sind in dem Verhältniß der Längen zu der Höhe.

II. Die Geschwindigkeit in der Bewegung über die schiefen Ebenen, verhält sich zur senkrechten Bewegung von gleicher Zeit, wie die Höhe zur Länge.

III. Der Raum, den der Körper in der Bewegung über eine schiefe Ebene macht, verhält sich zum Raum in der senkrechten gleichzeitigen Bewegung, wie die Höhe zur Länge, u. s. w.

14.

Gesetze der Bewegung in Fällen, wo die Richtung bewegter Körper durch eine äußerliche Ursache abgeändert wird.

Der Körper bewegt sich unaufhörlich nach der nemlichen Richtung, wenn nicht eine äußerliche Ursache an der Richtung eine Aenderung machet: unter diese Richtung ändernde äußerliche Ursachen gehören vornehmlich

I. Die Mitteldinge.

II. Der Gegenstand, auf den ein bewegter Körper wirket — auffällt.

III. Der Stoß, und

IV. Die Schwere oder der Zug bewegter Körper auf ein Centrum.

Von jeder dieser Richtung ändernden Bewegung ins besondere.

15.

Abweichung des Körpers von seiner vorigen Richtung im Mittel.

Weicht ein bewegter Körper von seiner Richtung ab, und beschreibt in seiner fortgesetzten Bewegung wieder eine gerade Linie; so heißt seine Bewegung eine gebrochene. (Motus refractus) -

16.

Der Winkel, den die neue Richtungslinie mit der vorigen in Gedanken verlängerten Richtungslinie formirt, wird Abweichungs- Refraktionswinkel genennt.

17.

Der Körper tritt entweder senkrecht, oder schief in ein neues Mittel:

Und dieses ist dichter, und mehr widerstehend, oder dünner, und minder widerstehend, oder gleich dicht, gleich widerstehend.

Daher gelten folgende Gesetze.

I. Geht ein sphärischer Körper senkrecht in einen neuen Mittelkörper, so kann seine Geschwindigkeit vermindert, aber nicht seine Richtung geändert werden.

II.

II. Geht aber der Körper von einem Mittel in ein neues dichteres, das seiner Bewegung mehr widersteht, schief ein, so wird seine Bewegung gebrochen, und der Körper weicht von der senkrechten Richtung merklich ab. — Beweis. Die schiefe Bewegung gleicht einer Diagonal eines Parallelograms, und die Diagonal erhält allemal eine andere Richtung, sobald in einer Kraft eine Aenderung vorgeht, die nicht auch in der andern statt findet, nun aber geht im angezeigten Falle allemal eine Aenderung in einer Kraft vor, solange der Körper noch nicht ganz in das Mittel eingetreten ist; denn in der senkrechten Richtung stößt der Körper auf das Mittel mit einer grössern Oberfläche, als in der horizontalen: folglich empfängt die senkrechte Bewegung mehr Widerstand, als die horizontale: Die Diagonal entfernt sich also von der senkrechten Richtung, und nähert sich der horizontalen d. i. — Die Bewegung wird vom Perpendikul gebrochen (Fit refractio a perpendiculo).

Ein Bild zur Erläuterung (Fig. 10. T. 1.): es werde eine Kugel A in das Wasser BC schief nach der Richtung def gestossen, statt der Diagonal ef kann man setzen die Seiten eg, und ec, (n. 10. IV.) wovon die erste die vertikale, die zweite die horizontale oder parallele Kraft ausdrückt: Fängt die Kugel A an, in den neuen, mehr widerstehenden Mittelkörper zu übergehen, so wird der Widerstand nach der senkrechten Richtung gleich sein, dem ganzen Bogen mon, und der Widerstand nach der horizontalen Richtung, dem halben Bogen on: weil dies nun von allen Zirkelbögen gilt, wird der

senkrechte Widerstand allzeit noch so groß sein, als der parallele, bis der halbe Körper in das neue Mittel ganz eingetreten ist; alsdenn wird der senkrechte Widerstand sich immer gleich bleiben; der horizontale aber immer wachsen, bis er dem senkrechten gleich kommt d. i. — bis der Körper ganz in dem Mittelkörper versenkt ist. — Da muß denn der Körper während des Eindringens in ein neues dichteres Mittel immer mehr von seiner Vertikalkraft, als von seiner parallelen verlieren. — — Mithin die Diagonal, und folglich die Richtung des Körpers immermehr von der vertikalen eg abweichen.

III. Ist der neue Mittelkörper dünner, und thut er dem eintretenden Körper weniger Widerstand; so wird die Bewegung abermal gebrochen. Weil aber in diesem Falle die parallele Richtung mehr Widerstand leidet, als die senkrechte, so geschieht das Brechen zu dem Perpendikul.

* Ist der Körper, der in ein neues Mittel übergeht, nicht *sphärisch*, sondern iregulärer Figur, so muß auch diese in Rechnung kommen.

18.

Folgesätze.

I. Das Brechen der Bewegung erfolgt nur beim Eintritt in ein neues, mehr, oder minder widerstehendes Mittel, und dauert solange, bis der ganze Körper eingesenkt ist; hernach geht die Bewegung in gerader Linie fort.

II. Die Abweichungen von der vorigen Richtung — oder der Abweichungswinkel fek muß um so grösser sein, als kleiner d. Auffallswinkel Bed ist; denn in diesem Falle währet die Ungleichheit des Widerstandes länger.

III. Je grösser die Ungleichheit der Mitteldinge, in welche der Uebergang geschieht, desto grösser ist auch die Abweichung.

IV. Ist die Verschiedenheit stätig, so muß auch die Abweichung von der vorigen Richtung stätig — eine stäts von der vorigen Richtung abweichende d. i. eine krumme Linie sein.

V. Und weil diese Verschiedenheit in jedem Uebergange wirklich stätig ist, so macht der Körper bei dem Eintreten in das Mittel — wirklich eine krumme hernach aber eine gerade Linie; sobald nemlich die Ungleichheit des Widerstandes aufhört.

* Daraus die Erklärung (zum Theil) warum die Kugel eines Feuerrohrs, die schief auf einen Fisch unter das Wasser geschossen wird, den Fisch verfehlet, wenn nicht unter den Fisch gezielet und gehalten wird — u. d. gl.

19.

Aenderung der Richtung bewegter Körper beim Auffallen auf einen Gegenstand.

Es sind folgende Fälle möglich:

a. Entweder ist der Gegenstand, auf den ein Körper fällt, weich, oder hart, oder elastisch.

b. Der auffallende Körper besitzt entweder Elastizität, oder keine.

c. Und die Richtung des auffallenden Körpers ist entweder senkrecht, oder schief.

* Es giebt zwar keine vollkommen elastische Körper, wie wir hier durchgehends voraussetzen müssen; dennoch kommen stählerne, gläserne, und elfenbeinerne Kugeln den vollkommen elastischen Körpern sehr nahe. Newton (Phil. natur. princip.) fand durch Versuche, daß die Wirkung der Zusammendrückung sich beinahe verhalte bei gläßernen Kugeln $= 15 : 16 = \frac{15}{16} : 1$, und bei Kugeln, die aus fest zusammengeschnürter Wolle bestanden $= 5 : 9 = \frac{5}{9} : 1$. Woraus erhellet, daß die Elastizität der erstern, jener der vollkommen elastischen Körper sehr nahe komme.

20.

Versuche.

1. Läßt man eine Kugel aus Blei, oder Elfenbein (eine unelastische, oder elastische) nach welcher Richtung man will, auf einen weichen Thon fallen, so verliert sie da ihre Bewegung, und bleibt stecken.

2. Läßt man eine elfenbeinerne Kugel auf eine mit Fett bestrichene Marmorplatte, die wir einen harten Körper nennen — oder auf eine mit Fett bestri-

chene elastische Fläche herabfallen **senkrecht**; so springt die Kugel senkrecht wieder in die Höhe, und hinterläßt einen runden Flecken.

3. Fällt die elastische Kugel **schief** auf, so springt sie von der flachen harten, oder elastischen Ebene ab, in einer entgegengesetzten schiefen Richtung, beinahe unter dem nemlichen Winkel, unter welchem sie aufgefallen, und hinterläßt einen länglichten Flecken.

* Mit andern Worten: fällt ein elastischer Körper auf einer harten, oder elastischen Ebene schief auf, so prällt er nach entgegengesetzter Richtung also ab, daß der Reflexionswinkel dem Auffallswinkel gleich ist... Auffallswinkel heißt jener, den die Direktion des schief bewegten Körpers D (Fig. 11. Tab. I.) mit der Fläche AC machet. Reflexionswinkel ist jener, den die Richtung des bewegten Körpers nach der Abprällung CE mit der Ebene CB bildet. —— Aehnliche, konforme Erfahrungen haben wir in allen Fällen des Auffalls.

21.

Folgesätze.

I. Fällt ein Körper auf einen weichen Körper auf, so dringt er in seiner vorigen Richtung mit allmählig durch den Widerstand des weichen Körpers verminderten Gewalt in denselben ein, bis diese ganz gehemmet ist, und er stecken bleibt — ruhet.

II. Fällt ein elastischer Körper z. B. eine Kugel auf einen harten, oder wieder elastischen ruhenden

Körper auf; so erhält die Kugel eine zurückprällende Bewegung, so, daß

a. Das Zurückprällen in gerader entgegengesetzter senkrechter Richtung geschieht, wenn die Richtung des Falles senkrecht gewesen.

b. Unter einem Winkel aber, der dem Einfallswinkel gleichet, wenn der Auffall nach schiefer Richtung geschehen.

22.

Erklärung.

I.

Um mehrere Deutlichkeit auf diese Sätze zu verbreiten.

1. Es falle ein vollkommen elastischer Körper auf einen andern, vollkommen harten senkrecht auf. Seine Masse sei = 2, seine Geschwindigkeit = 6, mithin seine Bewegungsgrösse = 12. Sobald der elastische Körper zur Berührung des unterlegten Körpers kommt, wo der Körper mit seiner Stoßkraft widersteht, muß ein Grad der Geschwindigkeit verloren gehen; und wäre dieser der einzige, so würde der Körper ruhen. Da aber noch 5 Grade der Geschwindigkeit übrig sind, nähert sich der Körper, und die zurücktreibenden gegenseitigen Kräfte vermehren das Zusammendrücken, und zwar mit einer Gewalt = 2. Mithin ist der neue Verlust der Geschwindigkeit = 2 und in dieser unendlich kleinen Zeit würde der Körper ruhen, wenn nicht noch die Geschwindigkeit = 3 übrig wäre:

Es

Es wächst also das Zusammendrücken im Verhältniß mit der Geschwindigkeit = 3 (Weil die Stoßkräfte wachsen, wie die Abstände abnehmen) und der ganze Verlust von Geschwindigkeit ist = 6; denn im ersten Moment gieng verloren 1, im zweiten 2 im dritten 3. Weil nun der Körper vollkommen elastisch angenommen wird, so wirkt diese im Zustande des größten Zusammendruckes = 3, im mittlern = 2, und im ersten = 1: es wird also die vorige Figur der Kugel wieder hergestellt.

Da aber der Gegenstand ein unbeweglicher vollkommen harter Körper ist, so muß die ganze Gewalt auf die zusammengedrükte Kugel verwendet, und weil die elastische der zusammendrückenden Gewalt gleich ist, die vorige Geschwindigkeit, und die vorige Richtung herfürgebracht werden.

* Es bedarf kaum einer Erinnerung, daß die elastischen Kräfte die vorige Figur des Körpers mit *beschleunigter* Gewalt zurückbringen.

2. Setzen wir nun, daß der nemliche Körper mit der nemlichen Geschwindigkeit auf einen andern gleichfalls unbeweglichen, aber *elastischen* Körper senkrecht auffalle — Da werden beide Körper ihre Figur ändern, und jeder nach der *halben* Bewegungsgröße zusammengedrückt werden; denn die halbe Kraft wird zum Zusammendrücken der Kugel, die andere Hälfte aber zum Zusammendrücken des unbeweglichen Körpers verwendet. Die auffallende Kugel kann also durch ihre Schnellkraft nur die halbe Geschwindigkeit zurück erhalten, weil sein Zusammengedrücktsein nur der halben Geschwindigkeit gleicht.

Es ist aber auch der unbewegliche Körper zusammengedrückt; mithin macht er nicht nur, daß sich die Kugel gegen ihn nicht ausdehne, sondern theilt ihm auch durch seine Federkraft die andere Hälfte der Geschwindigkeit mit.

Die Kugel muß also mit der nemlichen Geschwindigkeit, und da die elastischen Kräfte der vorigen Richtung gerade entgegen wirken, in der nemlichen senkrechten Linie zurückprällen.

* Die runde Gestalt des Fleckens, den die auffallende Kugel zurückläßt, bestätiget diese Erklärungen.

II.

Ist der Auffall schief z. B. nach der Richtung DC (Fig. 11.) so kann die Richtung DC als Diagonal = AD + DF angesehen werden.

1. Wären beide Körper, der anstossende und der unbewegliche angestossene, unelastisch, so würde der schief auffallende nach dem Stoß, unter welchem alle Vertikalkraft verloren geht, mit der parallelen Gewalt in der Richtung CB mit der Geschwindigkeit CB = AC = DF fortbewegt werden.

2. Ist aber der aufstossende elastisch, und der unbewegliche hart, oder auch elastisch, so erhält der aufgefallene Körper bei C eine Bestimmung nach der vertikalen Richtung CF = AD.

3. Da die parallele Kraft DF = CB unverändert bleibt, so wirken auf den Körper beim Auffall die

nem=

nemlichen Kräfte im nemlichen Verhältniß nach der entgegengesetzten Richtung, womit er angekommen: er muß also nach entgegengesetzter Richtung unter dem nemlichen Winkel die Diagonal CG durchlaufen, unter welchem er aufgefallen d. i. der Reflexionswinkel ist dem Auffallswinkel gleich: Die Diagonallinie CG ist auch wirklich der Diagonallinie DC gleich, und der Winkel GCB = dem Winkel DCA.

* Das nemliche wird durch die ovale Figur des Fleckens, den eine schief auffallende Elfenbeinkugel formirt, bestätiget —.

III.

Fällt endlich ein harter oder elastischer Körper auf einen weichen, so verliert der aufgefallene alle seine Geschwindigkeit ohne wieder eine zu empfangen; da muß denn der Körper im weichen endlich ruhen, und stecken bleiben.

23.

Abänderung der Richtung bewegter Körper beim Anstoß.

Vorbegriffe.

1. Wenn ein bewegter Körper seine Bewegung nicht fortsetzen kann, ohne einen andern von seiner Stelle zu vertreiben; so stößt er diesen (percutit) es erfolgt ein Anstoß (Percussio, conflictus corporum).

2. Körper, die aufeinander stossen, sind entweder hart, weich, oder elastisch.

3. Wirken zwei Körper durch den Anstoß aufeinander, so ist der angestossene entweder in Ruhe, oder auch in Bewegung.

4. Sind beide vor dem Anstoß in Bewegung, so bewegen sie sich entweder nach einerlei Richtung, oder nicht nach einerlei Richtung.

5. Ist das letzte, so prällen sie entweder so ineinander, daß die Mittelpunkte in einer Linie liegen, oder nicht: d. i. der Stoß ist entweder gerade, oder schief.

6. Endlich haben 2 zusammenstossende Körper entweder einerlei Masse, oder diese sind verschieden.

* Man sieht hieraus schon, daß durch solche mannigfaltige Verbindung sehr viele Fälle zu erwägen vorkommen: wir untersuchen die fürnehmsten.

24.

Gesetze des Anstosses bei unelastischen Körper.

I. Wenn ein unelastischer Körper A (Fig. 12. Tab. I.) auf einen andern unelastischen B welcher ruhet, stößt; so verliert A eben soviel von seiner Bewegung, als rer B mittheilt — denn Wirkung, und Gegenwirkung sind gleich. Mithin

II. Ist die Grösse der Bewegung (Quantitas motus) nach dem Anstoß (*) allemal jener vor dem Anstoß gleich — denn nach dem Anstoß sind die 2 Körper gleichsam Theile eines einzigen Körpers, und gehen mit gemeinschaftlicher Bewegung nach ihrer Richtung des Stosses fort.

(*) Die gemeinschaftliche Bewegung, oder jene, welche beiden nach dem Stoß gleich ist.

* Beispiel: Es bewege sich eine Thonkugel A, derer Masse = 4 gegen eine andere ruhende Thonkugel B = 4 mit einer Geschwindigkeit = 6; so ist die gemeinschaftliche Bewegung, oder Geschwindigkeit nach dem Anstoß = 3. Nun ist die Bewegungsgrösse vor dem Stoß = 24 nach dem Stoß 4.3 + 4.3 = 24: mithin jener vor dem Stoß gleich.

III. Da nun die gemeinschaftliche Bewegung nach dem Anstoß, also beschaffen sein muß, daß die Quantitas motus nach dem Anstoß der Bewegungsgrösse des Körpers A vor dem Stoß gleiche; so findet man die gemeinschaftliche Geschwindigkeit, oder Bewegung C, wenn man die Quantitas motus des Körpers A vor dem Stoß = MC durch die Summe der beiden Massen dividirt: allgemein, wenn $C = \frac{MC}{M+m}$. Denn in diesem Falle ist die gemeinschaftliche Bewegung allemal jener vor dem Anstoß gleich.

* Beispiel von diesem n. II. *

** Ist der ruhende Körper von sehr grosser Masse, so ist's einleuchtend, daß gar keine merkliche Bewegung erfolge nach dem Anstoß z. B. im

im Stoß, den ein fallender Stein auf die Erdkugel, bei seinem Auffall an dieselbe machet.

25.

IV. Im Falle, daß sich beide unelastische Körper nach einerlei Gegend bewegen, A mit der grössern, B mit der kleinern Geschwindigkeit; so muß nach dem Stoß die gemeinschaftliche Bewegung der Quantitas motus vor dem Stoß abermal gleich sein: um diese zu finden, muß man also die Grösse der Bewegung vor dem Stoß, mit der Summe der Massen von A und B dividiren, d. i. $C = \frac{MC + mc}{M + m}$; in welcher Formel die grossen Buchstaben die Quantitas motus von A, die kleinern jene von B ausdrücken.

* Beispiel. Es stosse eine Thonkugel A, 4 Loth schwer, mit einer Geschwindigkeit = 6 auf eine andere 4 Loth schwere Thonkugel B, in der nemlichen Richtung mit einer Geschwindigkeit = 3; so ist $C = \frac{6.4 + 3.4}{4 + 4} = \frac{36}{8}\ 4\ \frac{4}{8} = 4\ \frac{1}{2}$

26.

V. Wenn endlich die unelastischen Körper A und B sich vor dem Anstoß gerade einander entgegengehen; so ist klar, daß durch den Stoß wenigst eine von diesen entgegengesetzten Bewegungen vernichtet werde. Weil aber die Gegenwirkung allemal der Wirkung gleich ist, so muß, während daß die eine dieser Bewegungen vernichtet wird, von der andern ein eben so grosser Theil erlöschen: mithin

1. Sind beide einander entgegengesetzten Bewegungen gleich, so ruhen nach dem Anstoß beide Körper.

2. Sind sie ungleich, so erfolgt aus dem Uebermaaß der Kräfte eine gemeinschaftliche Bewegung beider Körper in der Richtung der grössern:

Daraus ist nun klar, daß man in diesem Falle die gemeinschaftliche Geschwindigkeit, mit welcher beide Körper nach dem Stoß fortgehen, findet, wenn man die Differenz der Bewegungsgrösse vor dem Stoß, durch die Summe der Massen dividirt $C = \frac{MC - mc}{M + m}$; denn es ist gerade soviel, alswenn die Körper mit dem Ueberschuß allein bewegt würden.

* Beispiel: Es stossen 2 Thonkugeln A und B in gerader Linie zusammen; die Masse von A sei $= 6$, die Geschwindigkeit $= 3$; die Masse von B $= 3$, ihre Geschwindigkeit $= 6$; die Quantitas motus eines jeden vor dem Stoß ist $= 6.3 = 18$; nach dem Stoß $= \frac{18 - 18}{9} = 0$. — Es stossen nun andere 2 Thonkugeln zusammen in gerader Linie, bei denen $M = 4, C = 9; m = 3, c = 5$, so ist die gemeinschaftliche Bewegung nach dem Stoß: $= \frac{36 - 15}{4 + 3} = \frac{21}{7} = 3.$

27.

Gesetze des Anstosses bei elastischen Körpern.

Anmerkung.

Sind die Körper A und B elastisch, z. B. elfenbeinerne, gläserne Kugeln; so werden ihre Theile durch den Stoß zusammengedrückt, bis beide Körper mit einer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit, in einerlei Richtung fortzugehen anfangen (den Fall mitbegriffen, wo sie zur Ruhe gelangen) und deßwegen wird die gemeinschaftliche Geschwindigkeit elastischer Körper nach dem Anstoß, durch die nemlichen Regeln erfunden, die wir vorher (n. 26.) angezeigt haben.

Sind die elastischen Körper durch das Zusammendrücken ihrer Theile in den gemeinschaftlichen Zustand gerathen, so höret den Augenblick das Zusammendrücken der Theile auf; und diese fangen an, sich wieder auszudehnen, wie oben n. 22. erklärt worden.

I. Beim Anstoß elastischer Körper also vereinigen sich zwei Bewegungen,

Die ursprüngliche des Anstosses,

und die zurückspringende der eingedrückten Theile:

Daher verdoppelt sich natürlich jeder Grad der Geschwindigkeit, die durch den Stoß einem elastischen Körper mitgetheilt wird.

* Wir wollen nun Deutlichkeit halber bei einem gestossenen elastischen Körper die Fälle unterscheiden.

1. Wenn er vor dem Anstoß ruhet,

2. Wenn er sich nach einerlei Richtung mit dem anstossenden bewegt,

3. Wenn er dem anstossenden entgegen läuft.

28.

I. Ruhet die Kugel B vor dem Anstoß, so empfängt sie durch den Anstoß während der Zusammendrückung der Theile die bestimmte gemeinschaftliche Bewegung, und durch die Wiederherstellung dieser Theile erhält sie allemal eine eben so grosse Geschwindigkeit in eben der Richtung (vorherg. n.): also nach dem Stoß bewegt sich der ruhende Körper in der Richtung des stossenden, mit einer Geschwindigkeit, welche zweimal so groß, als diejenige ist, mit welcher er sich bewegen würde, wenn beide Körper unelastisch wären.

29.

Woraus nun die besondern Fälle leicht zu bestimmen sind.

1. Wenn die Massen der Körper A und B gleich sind z. B. = 4, und die Geschwindigkeit von A vor dem Stoß = 8; so ist die gemeinschaftliche Bewegung beider am Ende der Zusammendrückung

$= \frac{C M}{M + m} = \frac{32}{8} = 4 \ldots$ Die Geschwindigkeit des Körpers B also $2.4 = 8$. Der Körper A aber verliert durch die Zusammendrückung die Geschwindigkeit $8 - 4 = 4$; zieht man diese von der vorher gefundenen gemeinschaftlichen ab, so erhält man $4 - 4 = 0$, d. i. im allgemeinen Ausdruck:

Wenn die Massen der vollkommen elastischen Körper A und B gleich sind, und B vor dem Anstoß ruhet, so theilt der stossende Körper A seine ganze Geschwindigkeit dem gestossenen B mit, und der stossende A ruhet.

* Wenn auch sehr viele aufgehängte elastische Kugeln mit ihren Mittelpunkten in einer Reihe aneinander rühren, und man läßt die äußerste anstossen, so ruhen alle Zwischenkugeln, und die letztere springt ab mit jener Gewalt, womit die erste angestossen hat: Die Kugel A theilt nemlich der nächsten B ihre ganze Geschwindigkeit mit, und ruhet, B ertheilt sie der nächsten C, und ruhet — u. s. f.

30.

2. Wenn die Masse A dreimal so groß ist, als die Masse B, mithin wie z. B. 12 : 4, und die Geschwindigkeit von A vor dem Stoß $= 8$, so ist die gemeinschaftliche Bewegung am Ende der Zusammendrückung $= \frac{12 \cdot 8}{12 + 4} = \frac{96}{16} = 6$: folglich die Geschwindigkeit des Körpers B nach dem Stoß $= 2.6 = 12$, der Körper A verliert durch die Zusammendrückung seiner Theile die Geschwindigkeit $8 - 6 = 2$;

ziecht

zieht man diese von der vorhergefundenen gemeinschaftlichen ab; so bleibt 6 — 2 = 4; mit welcher Geschwindigkeit A nach dem Anstoß, in seiner vorigen Richtung fortgeht; allgemein ausgedrückt also:

Wenn der stossende Körper A eine grössere Masse hat, als der ruhende B, so erhält der gestossene eine grössere Geschwindigkeit durch den Stoß, als der stossende vorher hatte; der stossende aber muß nach dem Anstoß in seiner vorigen Richtung mit verminderter Geschwindigkeit nachlaufen.

31.

3. Endlich wenn die Masse des stossenden Körpers A dreimal kleiner ist als die Masse des gestossenen B z. B. wie 4 : 12 und die Geschwindigkeit von A = 8; so ist die gemeinschaftliche Geschwindigkeit am Ende der Zusammendrückung $= \frac{4 \cdot 8}{4 + 12} = \frac{32}{16} = \frac{16}{8} = \frac{8}{4} = 2$: Folglich die Geschwindigkeit von B = 2. 2 = 4. Der Körper A verliert durch die Zusammendrückung die Geschwindigkeit 8 — 2 = 6. Ziehet man von dieser die vorhergefundene gemeinschaftliche ab, so bleibt 6 — 2 = 4, mit welcher Geschwindigkeit A nach dem Stoß zurückspringt, im allgemeinen also:

Wenn der stossende Körper eine kleinere Masse hat, als der gestossene; so bekommt B durch den Anstoß eine kleinere Geschwindigkeit, als er vor dem Anstoß hatte; A aber springt mit ei-

ner kleinern Geschwindigkeit, als er vor dem Anstoß hatte, zurück.

* Wenn die Masse A viermal kleiner ist, als die Masse von B, so leuchtet es ein, daß die Geschwindigkeit des Körpers B nach dem Anstoß, sehr geringe, ja unmerklich sein müsse, da indeß A mit einer eben so grossen Geschwindigkeit zurückspringt, als A angelaufen.

32.

II. Bewegt sich B vor dem Anstoß in eben der Richtung, in welcher A anläuft, doch so, daß B langsamer einhergeht als A, so wird durch die Zusammendrückung der Theile die Geschwindigkeit von B vermehrt, so, daß beide am Ende der Zusammendrückung eine gemeinschaftliche Geschwindigkeit erhalten, die wir oben für die nichtelastischen Körper bestimmt haben (n. 24.). Es kommt aber durch die Wiederherstellung der Theile dem Körper B eine eben so grosse Vermehrung hinzu (n. 28.); daher findet man für diesen Fall die gemeinschaftliche Geschwindigkeit.

Wenn man die gemeinschaftliche Geschwindigkeit sucht, mit welcher die Körper fortgehen würden, wenn sie unelastisch wären;

Und dazu den Ueberschuß dieser gemeinschaftlichen Geschwindigkeit über diejenige, welche B vor dem Stoß hat, hinzusetzt. —

Daraus die Bestimmung besonderer Fälle in Beispielen.

33.

I. Wenn die Massen A und B gleich sind, und

und vor dem Anstoß die Geschwindigkeit des Körpers A $=4$ und die Geschwindigkeit des Körpers B $=2$; so ist die gemeinschaftliche Geschwindigkeit beider am Ende der Zusammendrückuug der Theile $= \frac{4+2}{1+1} = \frac{6}{2} = 3$. Nach dem Stoß ist demnach die Geschwindigkeit des Körpers B $= 3 + 3 - 2 = 4$. Und da die Geschwindigkeit, welche A durch die Zusammendrückung verliert $= 4 - 3 = 1$, und nach dem Abzuge dieser verlorenen Geschwindigkeit von der vorhin gemeinschaftlichen, die Geschwindigkeit $3 - 1 = 2$ übrig bleibt, so bewegt sich A nach dem Stoß in seiner vorigen Richtung mit der Geschwindigkeit $= 2$. Allgemein: wenn die Massen der vollkommen elastischen Körper A und B gleich sind, und beide sich vor dem Stoß in einerlei Richtung bewegen, so setzen sie ihre Bewegung nach dem Stoß in derselben Richtung mit verwechselter Geschwindigkeit fort.

2. Wenn die Masse des Körpers A dreimal grösser ist, als die Masse des Körpers B, oder A $= 3$, B $= 1$; und vor dem Stoß die Geschwindigkeit von A $= 10$ die Geschwindigkeit von B aber $= 2$, so ist die gemeinschaftliche Geschwindigkeit am Ende der Zusammendrückung $= \frac{30+2}{4} = 8$; nach dem Stoß ist also die Geschwindigkeit von B $= 8 + 8 - 2 = 14$. Der Körper A verliert durch die Zusammendrückung eine Geschwindigkeit $= 10 - 8 = 2$. Zieht man diese von der vorhergefundenen gemeinschaftlichen ab, so bleibt $8 - 2 = 6$, mit welcher Geschwindigkeit

der Körper A nach dem Stoß in seiner vorigen Richtung fortgeht.

3. Wenn der stossende Körper A = 1, der gestossene B = 3, und vor dem Stoß die Geschwindigkeit von A = 8, die Geschwindigkeit von B = 4; so ist die gemeinschaftliche Geschwindigkeit am Ende der Zusammendrückung = 5. Nach dem Anstoß ist also die Geschwindigkeit des Körpers B = 5 + 5 — 4 = 6. . . der Körper A verliert durch die Zusammendrückung eine Geschwindigkeit = 8 — 5 = 3: folglich, da diese von der vorhingefundenen gemeinschaftlichen abgezogen, 5 — 3 = 2 übrigläßt, so bewegt sich A nach dem Anstoß, in seiner vorigen Richtung, in der Geschwindigkeit = 2.

4. Wenn, wie vorher A = 1, B = 3, die Geschwindigkeit von A aber vor dem Anstoß = 9, die Geschwindigkeit von B = 3; so ist die gemeinschaftliche Geschwindigkeit am Ende der Zusammendrückung $= \frac{18}{4} = 4\frac{1}{2}$: die Geschwindigkeit des Körpers B nach dem Anstoß, ist also $= 4\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} - 3 = 6$. . . Der Körper A verliert durch die Zusammendrückung eine Geschwindigkeit $= 9 - 4\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$. Zieht man diese von der vorhingefundenen gemeinschaftlichen ab, so bleibt $4\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2} = 0$: der Körper A ruhet also nach dem Anstoß.

5. Wenn abermal A = 1, B = 3. die Geschwindigkeit von B = 2; so ist die gemeinschaftliche

Ge=

Geschwindigkeit am Ende der Zusammendrückung $= 4\frac{1}{2}$. Nach dem Anstoß ist demnach die Geschwindigkeit des Körpers B $= 4\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} - 2 = 7$... Der Körper A verliert durch die Zusammendrückung die Geschwindigkeit $12 - 4\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$. Zieht man hievon die vorhin gefundene gemeinschaftliche Geschwindigkeit ab; so erhält man $7\frac{1}{2} - 4\frac{1}{2} = 3$ mit welcher A nach dem Anstoß zurückspringt.

34.

Bewegen sich endlich die elastischen Körper A und B vor dem Anstoß gegeneinander, so findet man die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Anstoß: wenn man die nach n. 24. gefundene gemeinschaftliche Geschwindigkeit 2mal nimmt, und dazu die Geschwindigkeit hinzusetzt, welche B vor dem Anstoß hatte.

Sobald nemlich B zur Berührung mit A kommt; so wird ihm seine vorige Geschwindigkeit, die er in der Richtung DB hatte, entzogen, und dafür die Hälfte vom Uebermaaß der Bewegung von A mitgetheilt: (oben.)

Da aber die Kraft, welche dem bewegten Körper die Geschwindigkeit entzieht, ihm eine eben so grosse Geschwindigkeit nach entgegengesetzter Richtung beibringen würde, wenn er ruhete; so empfängt B beim Stoß eine Zusammendrückung, und durch diese einen solchen Druck nach der Richtung DB, welcher der

gemeinschaftlichen Bewegung nach dem Stoß elastischer Körper (n. 28. 29. ꝛc.) und der vorher gehabten Geschwindigkeit gleich ist: also ꝛc.

* Die besondern Fälle lassen sich auch hieraus leicht bestimmen.

35.

1. Wenn die Massen von A und B gleich sind, und vor dem Anstoß die Geschwindigkeit von A = 10; die Geschwindigkeit von B = 6, so ist die gemeinschaftliche Geschwindigkeit am Ende der Zusammendrückung $= \frac{10 - 6}{1 + 1} = \frac{4}{2} = 2$, folglich bewegt sich B nach dem Stoß, in der Richtung B D; d. i. zurück, mit der Geschwindigkeit 2 + 2 + 6 = 10. . . Der Körper A verliert durch die Zusammendrückung die Geschwindigkeit 10 — 2; zieht man von der restirenden Geschwindigkeit 8, die vorhin gemeinschaftliche 2 ab, so bleibt 8 — 2 = 6: mit welcher Geschwindigkeit, A nach dem Stoß zurückspringt.

* Nimmt man statt der Zahlen einen allgemeinen Ausdruck, so gilt: wenn 2 vollkommen elastische Körper von gleichen Massen einander entgegen gehen; so springen sie nach dem Stoß mit verwechselten Geschwindigkeiten von einander zurück.

36.

2. Wenn die Masse A dreimal grösser ist, als die Masse B, und beider Körper Geschwindigkeit vor dem Anstoß = 8, so ist die gemeinschaftliche Geschwindigkeit am Ende der Zusammendrückung = 4: folglich bewegt sich B nach dem Stoß, in der Richtung B D mit

der Geschwindigkeit 4 + 4 + 8 = 16. Der Körper A verliert durch den Zusammendruck die Geschwindigkeit 8 — 4; zieht man die noch bleibende Geschwindigkeit von jener gemeinschaftlichen 4 ab; so bleibt 4 — 4 = 0; d. i. A ruhet nach dem Anstoß.

37.

3. Wenn, wie vorher, sich die Masse A zu B verhält wie 3 : 1; die Geschwindigkeit aber vor dem Anstoß von A = 10, von B = 6, so ist die gemeinschaftliche Geschwindigkeit am Ende der Zusammendrückung = 6. Nach dem Anstoß bewegt sich also B in der Richtung BD mit der Geschwindigkeit = 6 + 6 + 6 = 18... Der Körper A verliert durch die Zusammendrückung die Geschwindigkeit = 10 — 6 = 4. Zieht man diese von der gemeinschaftlichen ab, so bleibt 6 — 4 = 2, mit welcher Geschwindigkeit A nach dem Anstoß, in seiner vorigen Richtung A B D fortgeht.

38.

4. Wenn abermal A = 3, B = 1; die Geschwindigkeit von A aber vor dem Anstoß = 6, die Geschwindigkeit von B = 10 ist, so ist die gemeinschaftliche Geschwindigkeit am Ende der Zusammendrückung = 2. Nach dem Stoß bewegt sich also B in der Richtung BD, mit der Geschwindigkeit 2 + 2 + 10 = 14... Der Körper A verliert durch die Zusammendrückung die Geschwindigkeit = 6 — 2; zieht man hievon die vorhingefundene gemeinschaftliche ab; so bleibt 4 — 2 = 2

mit welcher Geschwindigkeit A nach dem Anstoß zurückspringt.

39.

5. Wenn endlich die Masse A dreimal kleiner ist, als die Masse B = 1 : 3; und vor dem Anstoß, die Geschwindigkeit von A = 12, jene von B = 4; so ist die gemeinschaftliche Geschwindigkeit = 0. Nach dem Stoß bewegt sich also B in der Richtung BD mit der Geschwindigkeit 0 + 0 + 4 = 4. . . Der Körper A verliert durch die Zusammendrückung die Geschwindigkeit = 12, und folglich, da der Ueberschuß dieser Geschwindigkeit, über jene gemeinschaftliche = 12; so springt A nach dem Anstoß, mit der Geschwindigkeit = 12 zurück.

* Allgemein also: wenn die Geschwindigkeiten zweier vollkommen elastischer Körper sich verhalten, wie verkehrt ihre Massen, so springt nach dem Anstoß ein jeder mit der Geschwindigkeit zurück, die er vor dem Stoß hatte.

40.

Abweichung bewegter Körper von der vorigen Richtung, verursacht durch einen Zug, oder durch die Schwere gegen ein Centrum.

Es finden hier drei Fälle statt,

I. Wenn ein Körper von der Erde weggeworfen wird.

II.

II. Wenn ein Körper durch Hilfe eines Fadens, Drates u. d. gl. an einem Punkt angemacht, in Bewegung kommt.

III. Wenn ein Körper von einer Schwerkraft und Wurfskraft, die in verschiedenen Richtungen wirken, getrieben wird.

Nun die Gesetze.

41.

Gesetze der Bewegung geworfener Körper.

Ein geworfener Körper ist jener, welchen man durch einen Stoß in Bewegung setzet entweder gerade in die Höhe, nach einer schiefen, oder mit einer dem Horizon gleichlaufenden Richtung. — Dergleichen ist die Bewegung eines Steins, der mit der Hand fortgeschleudert wird, oder eines Pfeils, den man mit dem Bogen forttreibt, oder einer Kanonenkugel, Bombe, u. d. gl. wenn sie durch die Gewalt des Pulvers fortgeschossen wird.

42.

Diejenige Gewalt, womit ein Körper fortgeworfen wird, heißen wir den Stoß — Wurf — und den Raum, durch den er geworfen wird, die Weite des Stosses, Wurfes — den Schuß, die horizontale Weite.

43.

Es wirken auf einen geworfenen Körper immer zwei Kräfte, der Stoß, und die Schwere.

Vermöge der ersten bewegt sich der Körper in gleichen Zeiten beständig durch einen gleich grossen Raum AB, BC, CD, u. s. w. (Fig. 13. T. I.) vermöge der andern aber sinkt er so, daß sich die Räume AG, AH, AI, u. s. w. wie die Quadrate eben dieser gleichen Zeiten verhalten. Mithin ꝛc.

I. Beschreibt der Körper, welcher geworfen wird, wegen den beiden auf ihn wirkenden Kräften keine gerade, sondern eine krumme Linie AQ, die wir Parabel (*) nennen.

(*) Die Geometrie beweiset von der Parabel, daß sich die Abscissen AG, AH, AI, u. s. f. wie die Quadrate der ihnen zugehörigen Ordinaten GM, HN, IO, u. s. f. verhalten. Da nun dieses eben die Eigenschaft ist, welche die Linie an sich hat, die ein geworfener Körper beschreibt, so erhellet, daß sich derselbe in einer Parabel bewege.

* Aus dem angeführten haben ihre Erklärung die parabolische Bewegung der Bomben — die Bögen des schiefspringenden Wassers u. d. gl. —

44.

44.

Gesetze der Schwungbewegung.

Vorbegriffe.

1. Hängt man an einen festen Punkt durch Hilfe eines Stängchens, Drates, Fadens, u. d. gl. einen Körper auf, der sich frei um einen festen Punkt, als um sein Centrum bewegen läßt; so heißt man das Stängelchen, den Faden, u. d. gl. samt dem Gewicht, Pendul.

2. Der Punkt, in welchem wir uns das Gewicht versammelt vorstellen, nennen wir den Schwingungspunkt (Centrum Oscillationis).

3. Wird ein Pendul aus seiner senkrechten Lage gebracht, und sich überlassen, so beschreibt es eine krumme (*) Cirkulförmige (**) Linie, bis zu seiner senkrechten Lage (Fig. 14. T. I.).

(*) Krumm ist die Linie, weil das Pendul von zwei Kräften getrieben wird, die einen Winkel einschließen, und ihr Verhältniß stätig ändern.

(**) Cirkulförmig, weil der angehängte Körper sich dem Mittelpunkt A weder nähern, noch sich von ihm entfernen kann.

4. Von der senkrechten Lage steigt es mit seiner erworbenen Geschwindigkeit wieder auf der entgegensetzten Seite zur nemlichen Höhe, von der es herabgefallen (die Hindernisse der Bewegung abgerechnet) und diese Bewegung heißt man die Schwingung (Vibratio, Oscillatio).

5.

5. Von dieser Höhe fällt das Pendul wieder, kommt in eine senkrechte Lage, und steigt auf der vorigen Seite wieder auf die vorige Höhe; und dieses Hin- und Herschwanken heißt: Schwungbewegung (Motus oscillationis, motus pendulorum) und dauert immer fort (an und für sich, Reibung, Widerstand der Luft u. a. m. abgezogen).

45.

Gesetze.

I. Die Schwingungen eines Penduls sind in sehr kleinen Bögen (von 2 — 3 Graden) einander gleich (Oscillationes isochronae). — Erfahrung des de Chales.

II. Wenn verschiedene Penduln ähnliche Bögen durchlaufen, so verhalten sich die Schwingungszeiten wie die Produkte aus der Wurzel der Länge, und verkehrt aus der Wurzel der Schwere: algebraisch $T : t = \sqrt{\frac{L}{G}} : \sqrt{\frac{l}{g}}$; mithin

III. Schwingen Penduln von gleicher Länge und Schwere in gleichen Zeiten.

IV. Bei Penduln von ungleicher Länge, aber gleicher Schwere verhalten sich die Zeiten

ten wie die Quadratwurzeln ihrer Längen; also

V. Die **Längen** der Penduln wie die Quadrate der Zeiten, in denen sie schwingen —

46.

Der Nutzen

der Penduln ist vielfach;

1. Taugen sie, die Zeiten zu messen, denn da kleine Schwingungen gleichzeitig sind, so gilt eine bestimmte Anzahl solcher Schwingungen für ein bestimmtes Zeitmaaß. z. B. Wenn eine Schwingung innerhalb einer Sekunde vollendet wird, so machen 3600 Schwingungen eine Stunde. — Die Länge eines Penduls, das bei uns Sekunden schwingen soll, ist 3 Pariserschuhe, 0 Zoll, 8 ,5 Linien; und heißt Pes horarius, Stundenmaaß.

2. Durch Hilfe der Penduln hat Condamine erfahren, daß auf dem Berg Bichinca, der 750 Ruthen über die Ebene erhaben ist, das nemliche Pendul weniger Schwingungen mache, als auf der Ebene, mithin die Schwere auf dem sehr hohen Berge kleiner als an dessen Fuße sei. Eben so erhellet aus den Beobachtungen Condamin's und Bouguers, daß das nemliche Pendul immer schneller schwinge näher dem Pole als dem Aequator zu; da nun in der Länge des Penduls gar keine Veränderung vorgegangen ist, so muß sich die Schwere geändert haben: es muß die

Schwere

Schwere gegen die Pole grösser sein als gegen den Aequator.

3. Durch Hilfe der Pendüln lassen sich die Höhen der Gebäude u. d. gl. messen. — Die Entfernung eines Schiffes, woraus eine Kanone abgefeuert worden, oder einer Gewitterwolke, die unter Blitzen donnert, bestimmen — u. s. w.

* Beim Gebrauch des Penduls als eines Zeitmaaßes thun sich viele Hindernisse hervor. Anfangs bediente man sich eines freien Penduls; da aber die Luft, und die Reibung am Aufhängspunkt die Bewegung bald hemmet, so hat Huigenius die Penduln an einem Uhrwerke angebracht, so, daß durch eine Feder, oder durch das Gewicht sollte ersetzet werden, was an der Bewegung durch den Widerstand der Luft, und durch den Affrikt verloren gegangen. — Allein man merkte bald, daß sich bei den gewöhnlichen Uhren, woran die Penduln kurz, die Schwingungen aber groß, und mithin ungleich sind, merkliche Ungleichheiten in das Zeitmaaß einschleichen. — Man suchte diesem Fehler dadurch abzuhelfen, daß man das Pendul in einem Bogen einer Cicloide (Ciclois) schwingen ließe, weil diese krumme Linie die Eigenschaft hat, daß ein Körper, der sich darinn bewegt, von jedem Punkte in eben derselben Zeit herabfalle, und so durch Hin- und Herbewegen gleichzeitige Schwingungen mache (Curua tautochrona). Da aber diese Anrichtung äußerst müheſam ist, so wählte man lange Penduln, die kleine Schwingungen machen, mit einem möglichst geringen Gewichte, um bloß dadurch die Bewegung zu ersetzen, welche der Affrikt, und die widerstehende Luft weggenommen. Allein es äußerten sich dennoch immer Unrichtigkeiten in den Schwingungen;

denn die Abwechslungen der Wärme und Kälte verändern die Längen der Penduln — jene dehnet die Körper aus, und verlängert dadurch das Pendul; diese ziehet die Körper zusammen, und kürzet dadurch das Pendul ab. Man versuchte dieser Unbequemlichkeit durch Schrauben abzuhelfen, oder durch bewegliche Scheibchen, die wir noch an den gewöhnlichen Uhren sehen, und wodurch man das durch Wärme verlängerte Pendul mit Hinaufschrauben oder Schieben kürzer, durch Herabschrauben oder Schieben das durch Kälte verkürzte länger machen, und so einigermassen den Unrichtigkeiten abhelfen kann; aber dieses Mittel hat auch viele Schwierigkeit in seiner Ausübung. Grahams Entdeckung eines durch Wärme und Kälte unveränderlichen Penduls ist sehr sinnreich; kam aber dennoch nicht zu einer solchen Vollkommenheit, daß der Gebrauch davon allgemein geworden. Die Anrichtung von Harrison und Cassini thut bei astronomischen Uhren gute Dienste. Vielleicht findet der Sekundenperpendikul des Prof. Pickels (Erfurt. 1787.) noch den größten Beifall? — u. s. w.

47.

Gesetze der freien Bewegung um einen Schwerpunkt.

Vorbegriffe.

1. Wenn sich ein Körper z. B. der Mond B (Fig. 15. Tab. I.) um einen Mittelpunkt z. B. um

die Erde A drehet, so wirken zwei Kräfte von verschiedenen Richtungen = c g + c d auf ihn.

2. C G wodurch er gegen den Mittelpunkt getrieben wird, heißt Kraft nach dem Schwerpunkt (Centripeta) Centripetalkraft; c d aber, welche dem Körper nach den Tangenten der krummen Linie fortbewegen müßte, wenn die erste unthätig würde, nennt man Tangentialkraft, Wurfkraft (Vis projectilis, tangentialis).

3. Beide zusammengenommen kommen unter dem Namen der Centralkräfte (Erste Abhandl. n. 77.).

4. Die Bewegungslinie (Radius vector) ist eine vom Mittelpunkt aus bis zum Körper gezogene gerade Linie A c.

5. Die Räume, die von der Bewegungslinie beschrieben werden, nennt man Sektoren: in der angezeigten Figur ist c A F ein Sektor.

48.

Gesetze.

I. Wirken die Schwer- und Wurfkraft auf einen Körper, so wird er in einer gegen den Mittelpunkt konkaven, stätig krummen Linie bewegt also, daß die Sektoren den Zeiten proportional sind (Astronomie).

* Nach Verschiedenheit der Grösse dieser Kräfte, und ihrer Richtungen muß auch die krumme

Linie

Linie verschieden sein; da sich aber jene beinahe unendlichmale abändern läßt; so ist auch die Verschiedenheit der krummen Linien beinahe unendlich modifikabel.

II. Bewegen sich mehrere Körper z. B. die Planeten um einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt, um die Sonne, in einer Elipse, so sind die Quadrate der Umlaufszeiten wie die Cubi ihrer Entfernungen vom Mittelpunkt (Astronomie) Erste Abhandl. n. 63.

* Diese Bewegungsart entdecken wir in der Schleuder, in allerlei Maschinen... Die ganze Planetenwelt bewegt sich durch die Centralkräfte. u. s. w.

II.

Anwendung
der
Bewegungsgesetze
auf
Statik und Hidrostatik.

Statik.

49.

Die Lehre vom Gleichgewichte fester Körper heißt Statik.

Gleichgewicht ist die Ruhe, welche aus gleichem Bestreben nach gerade entgegengesetzten Richtungen entsteht.

Wir wissen aus Erfahrung, daß z. B. in einem Teller ein Punkt zu finden sei, mit welchem

er

er auf einer Messerspitze ruhet, und von welchem weg seine Theile nach allen Richtungen im Gleichgewichte sind, — Eben so findet sich in allen Körpern ein solcher Punkt, um welchen sich alle Theile nach jeder geraden Linie im Gleichgewichte befinden; denn er ist in allen auffindbar. Und dieser Punkt heißt Schwerpunkt. Jener Punkt, auf den der Schwerpunkt anfliegt, heißt der Ruhepunkt, Untersatz, Stütze, (Hypomochlion).

50.

Folgesätze aus dem Vorhergehenden.

I. In allen Körpern giebt es einen Schwerpunkt.

II. Der Schwerpunkt vereinigt die gesammte Schwere aller Theile —; denn in diesem drückt jedes Theilchen niederwärts, daß man also, wegen dem Zusammenhang, die Schwere aller Theile im Schwerpunkte koncentrirt denken kann.

III. Ist der Schwerpunkt unterstützt, oder wird der Körper am Schwerpunkte aufgehängt; so bleibt der Körper in jeder Lage in Ruhe: wie im Gegentheile der ganze Körper bewegt wird, wenn jener in Bewegung kommt.

IV. Wird ein Körper an einem andern Punkte, als an jenem der Schwere, aufgehängt, so kann er nur in zweien Lagen ruhen:

1. Wenn der Schwerpunkt genau über, oder

2. unter dem Aufhängspunkt in senkrechter Linie aufgehängt wird.

V. Was den Schwerpunkt hält, muß den ganzen Körper tragen.

VI. Die Richtungslinie des Schwerpunktes ist senkrecht auf den Horizon.

VII. Zieht sich die Richtungslinie noch durch den Untersatz des Körpers, so ist das Umstürzen des Körpers unmöglich — Der Körper steht desto fester, je näher die Richtungslinie gegen die Mitte der Grundfläche des Körpers fällt.

VIII. Fällt die Richtungslinie über die Grundfläche hinaus, so ist das Umstürzen nothwendig (Fig. 16. T. I.).

51.

Hieraus die Erklärung

vieler auffallender Naturbegebenheiten —

1. Warum einige Körper auf geraden Grundflächen, andere in einer schiefen Lage fester stehen.

2. Warum ein umgefallener Kegel sich selbst aufrichte.

3. Warum der Chinesische Purzelmann rücklings über den Kopf eine Treppe heruntergehe.

4. Warum ein Wagen mit Stein, oder Eisen, oder andern schweren Materialien beladen an einem abhängigen Platz sicher fahre, eine La-

dung

dung Heu oder Getreidgarben u. d. gl. umstürze.

5. Warum die Thiere bei Aufhebung eines oder zweier Füsse nicht umfallen.

6. Warum sich unser Körper vorwärts neige, wenn wir eine Last rückwärts tragen.

* Vorausgesetzt, daß der Schwerpunkt im menschlichen Körper sich im Becken — in der Mitte zwischen den Hüften befinde.

7. Warum wir ohne den Fuß zurück zu ziehen, oder den obern Theil des Leibes vorwärts zu neigen, nicht vom Sitze aufstehen können.

8. Wie die Sailtänzer sich vor dem Falle bewahren — was ihnen die lange Stange in der Hand tauge u. d. gl.

9. Warum ein grosses Gewicht an einem gebogenen Drat unter dem Tische hangen bleibe — das Sägemännchen arbeite, obschon nur der äußerste Theil vom Drat, oder von der Sägemaschine auf dem Tisch aufliegt.

10. Warum ein doppelter Kegel, in dem obenzu ein Stück Blei eingegossen ist, die geneigte Ebene hinaufsteige.

52.

Weise den Schwerpunkt zu finden

1. Einer Linie:

Dort ist der Schwerpunkt einer Linie, wo sie

über eine Schneide gelegt; oder auf eine Spitze gesetzt ruhet — (Fig. 17. T. I.).

* Sie ruhet, wenn die Wirkung auf beiden Seiten gleich — diese aber ist gleich, wenn die Massen beider über den Untersatz hingehender Theile, P, p mit den Entfernungen ihres Schwerpunktes D, d, gleiche Produkte geben: wenn PD = p d. —

Um diesen Hauptsatz mehr darstellig zu machen, so füge ich folgendes bei.

A. Wird an einem mit dem Horizon parallelen Städchen ein Gewicht senkrecht angebracht, so entsteht eine dreifache Wirkung: Die obern Theile werden horizontal gedehnt, die untern horizontal zusammengedrückt. (Vorausgesetzt, das Städchen sei vollkommen hart — steif) und alle zugleich nach der Richtung der Schwerkraft getrieben.

B. Die ersten beide Kräfte, welche horizontal wirken, wachsen vom Punkt des angebrachten Gewichtes bis zum Untersatze in arithmetischer Progression 1, 2, 3, 4, rc. — Nemlich das erste Theilchen, woran das Gewicht hängt, wird von dem Gewicht gezogen = 1; da es aber mit dem zweiten im Zusammenhange steht, und sich von ihm wegen dem Zug des Gewichtes abwärts zu bewegen strebt, so wird das zweite nicht nur vom Gewichte, sondern auch, des Zusammenhanges wegen, vom ersten gezogen: Die Wirkung ist also = 2; das dritte wird vom Gewichte und wegen dem Zusammenhange vom zweiten und ersten Theilchen gezogen; Die Wirkung ist daher = 3, u. s. w.

I.

I. Liegt also ein Stäbchen, an welchem Gewichte hangen, auf einem Untersatz, so steht die Wirkung der parallelen Kräfte beim Untersatze im Verhältniß mit dem am Stäbchen angehängten Gewichte, und der Entfernung desselben vom Untersatze = M D.

II. Folglich erhält man das Gleichgewicht so eines Stäbchens, wenn das Produkt aus dem Gewichte (Masse) in die Entfernung vom Ruhepunkt auf einer, dem Produkte aus dem Gewichte und der Entfernung vom nemlichen Ruhepunkte auf der andern Seite, gleich ist.

III. Werden demnach an einem Stäbchen verschiedene Gewichte angehängt, so entsteht ein Gleichgewicht, wenn diese mit ihren Abständen von der Unterlage ein verkehrtes Verhältniß haben. Algebr. Wenn P : p = d : D; denn in diesem Falle ist P D = p d.

IV. Die wahre Ursache des Gleichgewichtes eines Stäbchens also, wenn Gewichte und Abstände von ihrem Ruhepunkte im verkehrten Verhältniß stehen, liegt in den horizontalwirkenden Kräften.

* Da alle Körper schwer sind, so kann man alle Theile eines Stäbchens als so viele Gewichte ansehen, und da gilt denn auch von diesen, was wir vom angehängten Gewichte überhaupt gesagt haben.

** Die Kräfte der Gewichte verhalten sich, alswie die Produkte aus den Massen und ihren Geschwindigkeiten (n. 55. erste Abhandl.); die Geschwindigkeiten aber, alswie die Entfernungen vom Mit-

telpunkt der Bewegung: da nun die Geschwindigkeiten wachsen wie die Entfernungen, so müssen die Kräfte der Gewichte durchgehens um so viel grösser sein als grösser die Entfernungen sind... Von diesem Beweis mündlich — Fig. 17. T. I, zur Erläuterung.

53.

2. Der Schwerpunkt in regulären, einförmigen, und durchgehends aus einerlei Materie bestehenden Körpern z. B. Parallelogramen, Zirkeln, Kugeln, u. d. gl. ist der Mittelpunkt jener Linie, welche zwei gegenüberstehende Punkte oder Winkel E, B miteinander verbindet — (Fig. 16. und 18. T. I.).

3. Wird in einem Dreiecke von der Spitze desselben zu der Mitte der gegenüberstehenden Seite eine Linie gezogen, und diese in 3 Theile getheilt, so giebt $\frac{2}{3}$ dieser Linie von der Spitze herab abgeschnitten den Schwerpunkt (Fig. 19.).

4. Der Schwerpunkt eines hohlen Kegels ist in der Weite des dritten Theils der Seite desselben, gegen die Grundfläche (Fig. 20.).

5. In einem dichten Kegel aber ist dieser Punkt in der Weite des vierten Theils der Seite gegen die Grundfläche (Fig. 20.).

6. Wenn 2 Körper miteinander verbunden, und in Bewegung sind z. B. ein paar Kettenkugeln, so haben sie einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt, der in eben der geraden Linie, welche die Mittelpunkte der

Körper

Körper miteinander verbindet, also liegt, und sie also theilt, daß die beiden Theile sich umgekehrt wie die Menge der Materie (wie die Masse) in den Körpern verhalten.

7. Der Schwerpunkt der Erde und des Mondes läßt sich auf die nemliche Weise also finden. Die Masse der Erde verhält sich zur Masse des Mondes ungefähr wie 50 : 1; die Entfernung beider ist 60 Halbmesser der Erde, deren jeder beinahe 860 deutsche Meilen beträgt. Es sei nun die Masse der Erde = M = 50. Die Masse des Mondes = m = 1. Der ganze Abstand beider = D = 60 Halbdurchmesser der Erde, deren jeder beiläufig 860 deutsche Meilen beträgt: mithin = 60 . 860 = 51600.

Der Abstand der Erde vom Mittelpunkt der Schwere = x. der Abstand des Mondes von diesem Mittelpunkt = D — x.

Nach dem, was vorhergegangen, ist $M : m = D - x : x$; folglich $Mx = Dm - mx$: mithin $Mx + mx = Dm$: also $x = \frac{Dm}{M + m} = \frac{51600 . 1}{50 + 1} = \frac{51600}{51} = 1011 \frac{39}{51}$ deutsche Meilen.

Der gesuchte Schwerpunkt ist daher von der Oberfläche der Erde entfernt beinahe 1011 deutsche Meilen — von dem Monde aber? — Antwort: $50 : 1 = x : 1011$: woraus $x = 1011 . 50 = 50550$ deutsche Meilen... diese Summe giebt auch wirklich mit $1011 \frac{39}{51}$ die ganze Entfernung = 51600.

8. Auf gleiche Weise findet man einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt für die Sonne, und alle Planeten, welche sich um sie herumbewegen. — Befänden sie sich alle in einer geraden Linie an der einen Seite der Sonne, so würde der gemeinschaftliche Schwerpunkt für diese und jene, von der Sonnenoberfläche Achtzehntheile ihres Halbmessers entfernet sein. Um diesen Punkt bewegen sich nicht nur alle Planeten, sondern auch die Sonne selbst.

* Nun haben wir alles vorausgeschickt, was erfodert wird, die Natur derjenigen Werkzeuge zu erklären, welche Maschinen, oder mechanische Kräfte genennet werden.

54.

Maschine (Machina, Potentia mechanica) heißt jedes Werkzeug, wodurch eine vortheilhafte Bewegung erhalten — d. i. wodurch ein Körper entweder in kürzerer Zeit, oder mit geringerer Kraft, als ohne dasselbe bewegt werden kann.

Die Wissenschaft von der Bewegung des Körpers durch Maschinen, heißt

Mechanik.

55.

Unter den Maschinen unterscheidet man ganz einfache und zusammengesetzte; jene heissen wir Grundmaschinen: worunter wir zählen

1. den Hebel, und
2. die schiefe Ebene.

56.

Zusammengesetzte aus den Grundmaschinen sind

1. Das Rad an der Welle (Achse,)
2. Die Rolle, der Kloben, Flaschenzug.
3. Der Keil, und
4. Die Schraube.

* Wir untersuchen die Kräfte dieser Werkzeuge, indem wir fragen, unter welchen Umständen die Kraft (Potentia) welche bewegt, mit der Last (Widerstand Pondus) die bewegt wird, im Gleichgewichte stehen? denn weißt man, wie viel Kraft an einer Maschine zum Gleichgewichte erfoderlich ist, so leuchtet es ein, daß etwas mehr eine Bewegung bewirke.

57.

Der Hebel. (Vectis)

Ein langer, gerader, unbiegsamer zur Lastenhebung (Lastenbewegung) bestimmter, um den Punkt, worauf er liegt, beweglicher Körper, ist ein Hebel.

* Hieher gehören die Hebbäume, der Geißfuß der Maurer, die Brechstange u. d. gl.

58.

An einem jeden Hebel unterscheidet man drei Dinge:

die Kraft $= P$
die Last $= p$
und den Punkt, um welchen sich der Hebel bewegen kann,

kann, den Bewegungspunkt (Centrum motus) welcher auf dem Ruhepunkt (Unterlage — Stütze) aufliegt.

59.

Aus der möglichen Verwechslung der Stellung dieser drei Stücke gegeneinander, entstehen drei Hebelarten:

1. Ist der Ruhepunkt (die Stütze) in der Mitte, so heißt der Hebel ein Hebel erster Art (Primi generis) doppelarmichter, zweiseitiger (Vectis heterodromus). (Fig. 17.)

2. Ist das Mittlere die Last, so heißt er ein Hebel zweiter Art (Secundi generis). Fig. 21.).

3. Endlich dritter Art (Tertii generis) ist der Hebel, wenn die Kraft sich in der Mitte befindet. (Fig. 22.)

* In beiden leztern Fällen heißt der Hebel einarmichter, oder einseitiger Hebel (Vectis homodromus).

** Bei mechanischen Untersuchungen nimmt man Hebel an, ohne Schwere, die vollkommen steif, und geradlinigt sind (mathematische Hebel) bei Anwendung der gefundenen Gesetze muß deßhalb die Schwere des Hebels, unvollkommene Steife 2c. - (der phisikalische Hebel) in Rechnung kommen.

60.

Theorem. An jedem Hebel ist alsdenn das Gleichgewicht, wenn das Produkt aus der Kraft in ihre

Ent-

Entfernung vom Ruhepunkt, dem Produkte aus der Last in ihre Entfernung vom Ruhepunkt gleich ist. — Wenn P D = p d.

I. Sind die Kräfte (die Potenz und der Widerstand) gleich, so müssen im Gleichgewichte ihre Distanzen vom Ruhepunkt auch gleich sein, sonst ist P D nicht = p d.

II. Sind die Kräfte ungleich, so müssen im Gleichgewichte sich die Entfernungen verkehrt wie die Kräfte verhalten, d. i. die geringere muß gerade um so viel weiter vom Ruhepunkt entfernet sein, als die entgegensetzte grösser ist. P : p = d : D; denn in diesem Falle ist wieder P D = p d.

III. Es ist daher die Gewalt jeder Kraft, und jedes Widerstandes auf den Hebel desto grösser, je grösser ihre Entfernungen von dem Ruhepunkte sind.

* Diese Sätze werden auch durch Versuche bestätiget, und anschaulich gemacht.

** das Gewicht oder die Kraft multiplizirt mit ihrer Entfernung vom Ruhepunkt nennt man Moment, im Gleichgewichte sind daher die Momente gleich.

IV. Im Gleichgewichte ist $P = \frac{pd}{D}$.

V. Ist P D grösser als p d, so folgt die Bewegung — mit dem Uebermaaß der Potenz = P D — p d.

VI. Da die Potenz vom Ruhepunkt immer mehr mag entfernet werden, so kann auch die Gewalt der Potenz fast ins Unendliche vergrössert werden.

61.

Daraus die Erklärung

1. Des Ausspruches eines alten Philosophen: „gebt mir einen Punkt außer der Erde, und ich will die Erde bewegen".

2. Wie ein Kind mit einem Mann eine grosse Last tragen könne.

3. Warum die Scheere einen Körper leichter theile, wenn er näher an der Achse liegt, oder wenn die Handhebe grösser ist.

4. Wie es auf die Handgriffe ankomme beim Theilen der Körper durch ein Messer — beim Herausziehen eines Nagels durch Hilfe eines Hammers u. s. w.

62.

Zusammengesetzter Hebel

Ist jener, in dem allemal die Potenz mittels des vorhergehenden Hebels auf den nachstehenden also wirket, wie das Gewicht ist, mit dem die Potenz im vorhergehenden Hebel das Gleichgewicht hält (Fig. 23.).

I. In dem zusammengesetzten Hebel gelten alle Gesetze des einfachen; denn die Summe der einfachen macht in der Verbindung einen zusammengesetzten. — Mithin ist

II. P = dem Produkt aus dem Gewichte, und seiner Entfernungen auf einer Seite, getheilt durch das Produkt aller Entfernungen der Potenz auf der andern Seite (IV. vorherg. n.).

* Man mag auch die Kraft jedes Hebels insbesondere berechnen z. B. es sei die Last = 1; in der doppelten Entfernung bei a hält ihr die Potenz = $\frac{1}{2}$ das Gleichgewicht. Im zweiten Hebel ist, dieses $\frac{1}{2}$ die Last: diese Last wird bei b im doppelten Abstande wieder von einer halb so grossen Kraft = $\frac{1}{4}$ im Gleichgewicht erhalten. Im dritten Hebel ist daher die Last nur mehr dieses $\frac{1}{4}$ und wird bei c im doppelten Abstand von einer halb so grossen Kraft = $\frac{1}{8}$ getragen. Im vierten Hebel ist dieses $\frac{1}{8}$ die Last: wird daher im doppelten Abstande bei d von der halb so grossen Kraft = $\frac{1}{16}$ im Gleichgewichte erhalten... In einem zusammengesetzten Hebel also, an welchem die Potenz in doppelter Entfernung vom Ruhepunkt C wirket, hält die Kraft = 1 eine Last = 16.

** Beim gebrochenen Hebel sind die Perpendikularabstände als die eigentlichen Abstände zu betrachten, und da haben denn die obigen Gesetze statt (Fig. 24. T. I.).

*** Der Hebel ersterer Art ist eigentlich unsere gemeine Wage, da nun diese ein sehr brauchbar Werkzeug ist, so folgt hier noch ein Anhang

63.

Von der Wage.

Die Wage ist eine Maschine, welche dient, das unbekannte Gewicht eines Körpers durch ein bekanntes zu bestimmen.

Eine gemeine Wage hat 2 gleiche Arme;

da muß denn bei einer gemeinen Wage das Gewicht eines Körpers allemal dem Gegengewicht gleich sein, wenn sie zum Gleichgewichte kommen sollen: in diesem Falle bleibt der Wagbalken horizontal; im Gegentheil aber zeigt die Zunge (*) die Neigung der schwerern Seite.

(*) Das Stängchen, welches auf den beweglichen Balken vertikal steht.

64.

Es giebt aber Wagen, woran entweder das Gegengewicht, oder die Unterlage verschoben werden kann: diese heißen wir römische Wagen, Schnellwagen (Statera romana). Mit einer Wage dieser Art kann man, wie es einleuchtet, mit einerlei Gegengewicht verschiedene Gewichte abwägen — diese geben grossen Nutzen bei Abwägung grosser Lasten.

* Bei der gewöhnlichen Wage (Kramerwage) ist zu verhüten, daß sie nicht bei der Gleichheit der Gewichte, auch außer der horizontalen Lage ruhen — und daß sie nicht bei der geringsten Ungleichheit der Gewichte gänzlich überschlagen: man begegnet diesen Unbequemlichkeiten dadurch, daß man den Bewegungspunkt über den Schwerpunkt annimmt. — Versuche bestätigen dieß.

65.

65.

Die Vollkommenheit, und Mängel der Wagen.

Die Vollkommenheit der Wage fodert

1. die genaueste Gleichheit der Arme, und

2. eine grosse Empfindlichkeit, oder möglichst leichte Bewegung. . . Dieß letztere wird erhalten

a. durch die Leichtigkeit der Balken,

b. durch eine nicht zu grosse Länge der Balken,

c. durch die Zuschärfung der Kanten an der Achse, und an dem Aufhängspunkt der Schaalen:

d. durch die Stellung des Ruhepunkts über den Schwerpunkt.

* Wir zeigen gut eingerichtete Wagen vor, und machen praktisch auf die angezeigten erfoderlichen Stücke aufmerksam.

66.

Die Habsucht hat allerlei falsche Wagen ersonnen; man hat den Balken hohl gemacht, und eine Portion Queckſilber darein gethan; man hat die Arme ungleichlang, und die Schaalen ungleichschwer verfertiget — und die schwerere an den kürzern, die leichtere aber an den längern Arm aufgehängt u. d. gl. Im letzten Falle, der gewöhnlicher ist,

wird der Betrug entdeckt, wenn man die Schaalen verwechselt; im ersten, wenn man das Gewicht vor den abzuwägenden Körper in die Schaale legen läßt ꝛc. ꝛc.

Bei der Schnellwage sind die Betrüge noch leichter — die guten Schnellwagen fodern die genaueste Eintheilung des längern Balkens, woran der Laufer (Cursor) sich bewegt, in gleiche Theile — eine scharfe Kante über den ganzen längern Arm hin (der Ring, woran der Laufer [das Gewicht] hängt, soll wenigstens zugeschärft sein) — gleiches Gewicht beider Aerme des kürzern und des längern ꝛc.

67.

Die Rolle. (Trochlea)

1. Eine Scheibe, die in der Mitte durchgebohrt ist, und eine solche Achse hat, daß sich diese mit der Scheibe nicht zugleich drehet, heißt eine **Rolle** (Fig. 25. T. I.).

2. Der äußerste Umfang der Rolle hat einen Einschnitt, in dem ein Sail lauft, an dessen einem Ende die Last p; am andern die Kraft P angebracht wird.

3. Die Achse heißt der Polzen.

Erfahrungen. 1. Wenn das Sail von unten um die Scheibe geht, und mit dem Ende an einem Nagel H befestigt ist, (Fig. 26. T. I.) das andere aber von der Kraft senkrecht aufwärts gezogen wird, so ist im Gleichgewichte die vom Mittelpunkt der Scheibe

be herunterhangende Last noch so groß, als die Kraft.

2. Geht aber das Sail von oben herum um die Rolle, (Fig. 24.) so ist im Gleichgewichte die Last der Kraft gleich, die Kraft mag senkrecht, oder schief angebracht sein.

I. Nemlich eine Rolle, welche sich um eine fest gemachte Achse dreht, ist ein doppelter und gleicharmichter Hebel; bei unbeweglicher Rolle also haben Potenz und Last gleiche Entfernungen vom Ruhepunkt, folglich muß im Gleichgewichte die Kraft so groß sein, als die Last.

II. Die Rolle aber, welche mit ihrer Achse in Bewegung ist, ist ein einarmichter Hebel der zweiten Art, wobei C der Ruhepunkt, in der Mitte die Last p, und bei A die Kraft P angebracht ist: die Potenz ist daher noch so weit vom Hipomochlion entfernet; steht also mit einer noch so grossen Last im Gleichgewichte —

III. Die Rolle also, welche sich nicht samt dem Polzen bewegt, ist eigentlich eine Leitscheibe zur bequemen Bewegung: die Rolle der zweiten Art verschaft mehr Vortheile.

68.

Um mehrere Rollen zu vereinigen, faßt man sie in Kloben (Fig. 26, 27. K, K. rc.) ein, und 2 Kloben machen einen Flaschenzug (Polyspastus) verschiedene auf diese Weise verschieden miteinan-

 der

der verbundene Rollen bilden einen zusammengesetzten Hebel —

I. Im Flaschenzuge hat das allgemeine Gesetz des Verhältnisses der Kräfte, wie die Entfernung vom Ruhepunkt statt.

II. Werden daher die Saile parallel angenommen, so verhält sich die Kraft zur Last, wie 1 zur doppelten Anzahl der untern Rollen (denn nur diese sind beweglich) — oder um die Kraft zu finden, muß man die Last durch die doppelte Anzahl der Rollen des untern Klobens dividiren — denn werden mehrere Rollen miteinander verbunden, so wird die Potenz vom Ruhepunkt immer um zwei weiter entfernet: es wächst daher der Potenz so viel Vortheil zu, als groß die doppelte Zahl der untern Rollen ist: mithin $P = \frac{p}{2N}$.

* Dieß gilt nur in den Fällen, wo die Schnur am obern Kloben (Fig. 26.) der unbeweglich ist, angemacht worden; nicht aber, wenn sie an den untern fest sitzt wie Fig. 27. Man müßte nur den Hacken, an welchem sie angeknüpft wird, für eine halbe Rolle bei der Rechnung gelten lassen. — Man dividirt daher richtiger die Last p durch die Anzahl der Stricke N, an welchen der untere Kloben hängt, um die Potenz zu finden: mithin $P = \frac{p}{N}$.

** Werden die Rollen so zusammengesetzt, daß jede Rolle einen festgebundenen Strick hat (Fig. 29.) so hat dieser Kloben noch einmal so viel Kraft, als der vorige. Der Kloben von 4

Rollen

Rollen verstärkt die Kraft 16mal das heißt: der Last = 1 hält eine Kraft = $\frac{1}{16}$ das Gleichgewicht; denn diese Maschine ist nichts anders als ein zusammengesetzter Hebel: es gilt daher alles, was wir n. 61. * sagten: nemlich die Last p = 1 wird bei a von einer halb so grossen Kraft getragen (n. 66.); mithin von einer Kraft = $\frac{1}{2}$: für die zweite Rolle, von unten herauf gerechnet, ist demnach bie Last nur mehr = $\frac{1}{2}$. Diese Last wird bei b wieder von einer halb so grossen Kraft = $\frac{1}{4}$ getragen, und so ist denn die Last für die dritte Rolle noch = $\frac{1}{4}$: diese wird bei c wieder mit einer halb so grossen Kraft = $\frac{1}{8}$ im Gleichgewichte erhalten: mithin ist die Last für die vierte Rolle = $\frac{1}{8}$, und wird folglich mit einer halb so grossen Kraft = $\frac{1}{16}$ das Gleichgewicht haben. W. z. e. w.

69.

Rad an der Welle.
(Axis in peritrochio)

Ein Rad ist ein um ihren Mittelpunkt bewegliche Rolle, derer Umfang unausgehöhlt ist, und zur Erhaltung der ihm mitgetheilten Bewegung mit verminderter Reibung dient. — Hier gilt Rad für den Ausdruck: Scheibe, welche mit dem Rad eine Aehnlichkeit hat. Geht mitten durch das Rad oder die Scheibe A (Fig. 30.) ein Cilinder BC so heißt dieser die Welle (Achse) das Rad samt der Welle, welche an beiden Enden mit ihren Zapfen auf den Zapfenlagern ruhet, heißt das Rad am Wellbaume.

Die Scheibe oder das Rad leidet allerlei Aenderungen, so, daß auch die Haspel, Kreuzhaspel (Sucula) die Erdwinde, oder Göpel (Ergata) der Hornhaspel mit der Kurbel, der Radhaspel rc. welcher eine auf dem Umfange mit Zapfen oder Hörnern versehene Scheibe hat, hieher gehören

70.

Die Kraft P wird an dem Rade, und die Last p am Wellbaume vermittelst eines Sails angebracht — Die Kraft wirkt wieder auf verschiedene Weise z. B. durch Treten, durch den Stoß des Wassers an Schaufeln (Palmulae) wodurch oberschlächtige, und unterschlächtige Wasserräder (Rotae directae, retrogradae) entstehen u. s. w.

* Zur bessern Erläuterung zeigen wir die Maschinen in Modellen vor rc.

71.

Haupsatz.

Das Rad an der Welle ist ein ungleicharmigter Hebel: es gelten daher auch bei dieser Maschine die Gesetze des Hebels; und die Potenz gewinnt mehr oder weniger, je nachdem der Stral des Rades b d den Stral der Welle m n, mehr oder weniger übertrift. — Nemlich, wenn die Richtung der Kraft und der Last in Ebenen liegen, die auf

der

der Welle senkrecht stehen, und zugleich Tangenten vom Umfange der Welle und des Rades sind; so verhält sich die Kraft zur Last, wie der Halbmesser (Radius) der Welle, zum Halbmesser des Rades.

* Dieß Verhältniß bleibt auch alsdenn, wenn die Welle senkrecht steht (Fig. 31.).

72.

Wenn Räder, die nicht an einer Welle sind, sich zugleich bewegen sollen, so müssen die Erhöhungen des einen, in die Vertiefungen des andern eingreifen: die Erhöhungen heißen dann Zähne oder Kämme.

Sind die Zähne in der Peripherie des Rades nach der Richtung des Halbmessers, so heißt es ein Sternrad — Stirnrad; Stehen aber die Zähne auf der Ebene des Rades senkrecht, so nennt man es ein Kammrad, Kronrad.

Das kleinere Rad, in welches gemeiniglich ein grösseres eingreift, heißt ein Getriebe, und ist bald ein Trilling mit Triebstecken bald ein Rumpf. — Vorgezeigte Modelle geben handgreifliche Erläuterung.

73.

Die Grösse der Kraft an einem Räderwerke findet man unter den vorher angegebenen Bedingungen, (n. 67. **) wenn man die Kraft sucht, welche

zum Gleichgewichte mit der Last erforderlich ist; solche als eine am zweiten Rade angebrachte Last ansieht, und die Kraft, welche solcher gleichet, suchet — und so die Berechnung für jedes Rad, und Getrieb fortsetzet — oder man multiplicirt die Last mit dem Produkt aus den Halbmessern der Wellen, und dividirt dieses Produkt mit dem Produkte aus den Halbmessern der Räder: welches mit n. 61. II. übereinkommt.

74.

Die schiefliegende Fläche.

Hauptsätze.

1. Ist eine Last über eine schiefe Ebene zu bewegen, und ist die Richtung der Kraft der schiefen Ebene parallel — so verhält sie sich zur Last, wie die Höhe zur Länge —; denn in diesem Falle ist nur die respektive Gewalt zu überwinden; — und diese hat eben dies Verhältniß (n. 11. dieser Abhandl.). Beispiel an der sogenannten Leiter, durch derer Hilfe man bequem grosse Lasten auf Wägen, Schiffe aufladt — und davon abladt.

2. Wirkt aber die Kraft mit einer Richtung, welche der Basis parallel ist, so muß sich zur Erhaltung des Gleichgewichtes die Kraft zur Last verhalten, wie die Höhe zur Grundlinie. —

Ich berufe mich auf die Erfahrung. Es sei A (Fig. 9. Tab. I.) durch eine der Basis parallele Kraft

DE

DE zu bewegen: mn mache, daß A nur eine Bewegung nach der Richtung nm annehme, während daß die schiefe Ebene CA unter denselben hineingetrieben wird. Nun zeigt der Augenschein beim Versuch (den wir mit einem eigenen dazu gemachten Werkzeuge machen) daß der Körper A um so viel leichter zu bewegen, je kleiner die Höhe AB in Vergleich mit der Basis CB ist. — — Die Anwendung davon haben wir am Keil, und an der Schraube.

75.

Der Keil. (Cuneus)

Ist ein aus schiefen Flächen zusammengesetztes, hauptsächlich zum Trennen dienliches Werkzeug.

Jeder Körper also, der aus einer breiten Grundfläche besteht, allmählig abnimmt, und sich in eine Schneide, oder Schärfe endigt, ist ein Keil.

Ein einfacher Keil besteht aus einem dreieckigten Prisma, dessen Seiten ein rechtwinkliches Dreieck bilden; — Zwei der Länge nach, vereinigte einfache, machen einen doppelten aus, der auch der üblichste ist. z. B. der Keil zum Holzspalten, unsere Arten ꝛc ꝛc.

76.

Hauptsatz.

Der Keil ist eine schiefe Fläche, worauf die Richtung der Gewalt, womit sie bewegt wird, mit

der

der Grundlinie parallel ist. Es findet daher das Gesetz der schiefen Fläche (n. 73. 2.) statt; um das Gleichgewicht zu bekommen, muß sich die Kraft zur Last verhalten, wie die Höhe zur Grundlinie.

I. Je spitziger der Keil, desto kräftiger ist er.

* Die Kraft des doppelten Keils, der zum Holzklieben gebraucht wird, läßt sich wegen der Ungleichheit des Holzes nicht genau berechnen. Nehmen wir aber an, die Kraft des Zusammenhanges in dem Holz A D E B (Fig. 32.) sei durchaus gleich; indem nun der Keil die Theile des Holzes A F und B G voneinander treibt, so verhält sich die Kraft des Keils zu dem Widerstand in dem Holze, wie die Höhe des Keils H C zu seiner halben Dicke a H.

** Nach diesen Gründen muß die Wirkung einer Menge keilartiger Werkzeuge geschätzt werden.

77.

Die Schraube (Cochlea)

1. Ist ein Cilinder, um welchen eine schiefe Fläche herumliegt.

2. Der Theil, an dem die Gänge, oder die Gewinde (helices) an der Fläche erhaben sind, heißt die Schraube, Spindel, (Cochlea mas) Fig. 33.; der andere Theil aber, woran die Gänge in der innern Fläche eines ausgehöhlten Cilinders sind, heißt die Mutter (Cochlea Femina). (Fig. 34.)

3. Entweder wird die Mutter an der ruhenden Schraube

Schraube, oder die Schraube an der ruhenden Mutter bewegt.

4. Sowohl in der Spindel, als an der Schraubenmutter muß die geneigte Ebene den nemlichen Winkel haben; sonst könnten die Schraubengänge nicht in einander passen.

Hauptsatz. Wenn die Potenz durch Hilfe einer Schraube die Last trägt, so wird eine solche Kraft erfodert, welche sich zur Last verhält, als wie die Weite zweier Gänge zur Peripherie der Schraube. — Beweis: die Potenz wirkt in diesem Falle der Basis parallel, wie es aus der Weise die Schraube zu bewegen erhellet. Die Peripherie der Spindel drückt die Basis der um die Spindel herumgelegten schiefen Ebene; die Entfernung zweier Gänge aber die Höhe derselben aus. —

Da nun die Neigung, die Höhe und die Länge der schiefen Ebene unverändert bleibt, ob sie gerad daliegt, oder um eine Spindel herumgelegt ist: so wird bei der Schraube eben jene Kraft erfodert, um dem Widerstand das Gleichgewicht zu halten, welche erfodert wird bei der schiefen Ebene. — Bei der schiefen Ebene aber ist die Kraft, welche der Basis parallel wirket, alswie die Höhe zur Grundlinie: also ist auch bei der Schraube die Kraft zur Last wie die Höhe (die Entfernung zweier Gänge) zur Grundlinie (zur Peripherie der Spindel) W. z. w.

Je kleiner also die Schraubengänge, desto kleiner darf die Kraft sein, um den Widerstand zu bewegen.

*

* Man kann die an der Schraube angemachten Stäbe u. d. gl — z. B. c b A (Fig. 33. T. I.) — b A, Fig. 34. T. I. als Hebel ansehen, und so die Schraube als eine aus schiefen Ebenen und Hebeln zusammengesetzte Maschine ansehen; c ist der Ruhepunkt; bei b ist die Last bei A die Kraft. — je länger b A Fig. 33. und 34. desto grösser ist die Kraft.

** Die Schrauben, welche nieder, und zusammendrücken, geben die Pressen; jene, welche Lasten in die Höhe heben, die Werk- oder Hebschrauben u. s. w.

*** Schaufeln, Bohrer, Gabeln, Sägen, Feilen u. d. gl. sind Keilmaschinen, deren Wirkung nach den angeführten Gesetzen zu schätzen.

78.

Greift die Schraube in ein Sternrad, so heißt sie Schraube ohne Ende (Cochlea infinita, perpetua); die Bewegung dieser Maschine ist sehr langsam; denn wenn man die Schraube mittels einer Kurbel einmal herumbewegt, so wird das Rad nur um Einen Kamm fortgeschoben.

Sie folgt den obenangeführten Gesetzen, und dient bei Bewegung grosser Lasten, und wo nur eine langsame Bewegung erfodert wird.

* Was nun die weitere Zusammensetzung der Maschinen betrift, so ist dieselbe eben so verschieden, als ihre Bauart mannigfaltig ist. Indeß findet man in allen zusammengesetzten Maschinen das Rad an einer Achse, den Hebel, und die Schraube wie z. B. in Uhrwerken, Brattenwendern, Mühlen u. s. w. Die Theorie

rie vom Uhren findet man ausführlich behandelt in Philosophia britanica I. Th. von Wilke übersetzt. Leipzig 1772 — S. 222.

** Aus der Erfahrung weiß man, daß eine Maschine alsdenn ihre größte Wirkungen thue, und ihrer Vollkommenheit am nächsten sei, wenn sie die Wirkung mit 4 Neuntheilen derjenigen Kraft leistet, welche vermögend ist, sie genau im Gleichgewichte zu erhalten. — Die Wirkungen würden grösser sein, wenn es keine Hindernisse der Bewegung gäbe z. B. wenn unsere Hebel vollkommen unbiegsam, unsere Körper, die wir zu Maschinen anwenden, vollkommen hart, glatt ꝛc. wären, wenn die Stricke, die wir brauchen, vollkommene Flexilität besässen — die Luft nicht widerstünde u. s. w. — Hier nur

79.

Von der Reibung (Affrictus) oder von dem Widerstand, den ein Körper zu überwinden hat, wenn er sich über einen andern hin bewegt.

Bei Bestimmung der Grösse der Reibung, welche eine grössere Kraft nöthig macht, als ohne sie zur Bewegung einer Last erforderlich wäre, hängt ab

1. Von der Grösse, Figur, Härte, und Menge der hervorstehenden Theile der Körper, die sich über einander bewegen.

2. Von der Geschwindigkeit der Bewegung, denn bei einer geschwindern Bewegung müssen

mehrere

mehrere hervorragende Theile gebogen, gebroch... r übersprungen werden.

3. Von dem Gewichte des Körpers, der bewegt werden soll, weil ein mehr gewichtiger seine Erhöhungen in die Vertiefungen des andern tiefer einsenkt — Obschon er auch manchmal viele Theile quetscht, so leidet dadurch die Bewegung dennoch eine Hemmung.

4. Von der Oberfläche des zu bewegenden Körpers; denn mit ihr wächst auch die Zahl der Theile, die der Bewegung hinderlich sind.

5. Bei der Rolle, und beim Rad an der Achse von der Unbiegsamkeit der Stricke, welche um so viel mehrer wächst, als dicker, und gespannter dieselben sind. u. s. w.

80.

Aber da alle diese Umstände nicht wohl in Rechnung zu bringen sind, fehlen uns noch die Regeln, welche die allgemeine Gesetze der Friktion ausdrücken. Denn wer kann wohl

1. Die Ungleichheit jeder Körperoberfläche bestimmen?

2. Wer die Menge der Theile zählen, welche umgebogen — welche abgestossen — welche übersprungen werden müssen?

3. Wer die Härte der zubrechenden u. s. w. in Rechnung bringen? —

81.

Indeß waren dennoch immer einige Naturforscher, die sich bemüheten durch Versuche, die sie sehr mühsam, und sorgfältig anstellten, ein allgemeines Gesetz zu bestimmen: ich nenne nur den sehr geschickten Experimentator van Muschenbröck; allein dieser Naturforscher konnte nicht einmal ein Verhältniß des Gewichtes mit der Grösse des Reibens entdecken (Inst. phys. Cap. 1. de Adtritu.). Man mag daraus den Werth des **Tribometers** beurtheilen. — — Von den angezeigten Bemühungen

82.

Einige gewisse Resultate.

1. Die Körper reiben sich an gleichartigen Theilen gemeiniglich mehr, als an andern — Metalle und Hölzer am stärksten auf Metallen und Hölzern der nemlichen Gattung.

2. Der Stahl reibt sich am wenigsten auf Messing, stärker auf Blei, noch stärker auf Kupfer, noch mehr auf Stahl, am stärksten auf Zinn.

3. Das Holz reibt sich weniger, wenn es nach der Länge der Fibern bewegt wird, als über Quere. —

Woraus sich ergeben

83.

Die Mittel gegen die Hindernisse des Reibens.

1. Man lasse nur solche Körper sich übereinander bewegen, von denen wir aus Erfahrung wissen, daß sie sich am mindesten reiben.

2. Man vermindere die Berührungspunkte so viel möglich.

3. Man lasse die Körper, welche sich übereinander hinbewegen, drehen.

4. Man suche durch dazwischengebrachtes Fett, oder andere glattmachende Materien, welche die Vertiefungen ausfüllen, den Widerstand der Reibung zu vermindern.

* Doch verträgt Holz auf Holz, Messing auf Messing gar keine Fette.

5. Man gebe der Bewegung die möglichst vortheilhafte Richtung.

* Bloß daraus, was wir eben von der Reibung, oben aber von dem Widerstand der Luft, und von den Aenderungen, welche die Witterung, Wärme und Kälte in den bewegten Körpern rc. hervorbringen, gesagt haben, läßt sich schon ein Urtheil fällen über den vergeblichen Versuch, eine Maschine von immerwährender Bewegung (Mobile perpetuum) zu verfertigen. —

**

** Ich sagte eben, man lässe einen Körper sich drehen, wenn er sich über einen andern bewegt; denn die Reibung wird dadurch gar sehr vermindert, daß sich der bewegte Körper, der über einen andern hingeht, um seine Achse drehe, aus diesem Grunde: Es sei A B. (Fig. 35.) der Durchschnitt eines schweren Körpers, welcher auf einem Rade E F, und dieser ferner auf der Ebene C D liege. Der Körper A B werde durch die Kraft P gezogen; es ist klar, daß wenn der Körper A B gegen die hervorragende Theilchen des Rades gezogen wird, so weichen diese aus, und verursachen keinen Widerstand: mithin giebt der perpendikuläre Durchmesser a b nach, und kommt in die Lage e f, und c d tritt an seine Stelle: auf diese Weise werden die hervorragenden Theile nicht abgestossen, weder gebogen, noch übersprungen (wenigst nicht in solcher Menge, wie bei der Bewegung ohne Rad) sie bewegen sich nur herunterwärts, und wieder in die Höhe — Daraus

84.

Die Theorie der Räder

oder die Grundsätze, worauf das **Fuhrwerk** beruhet.

I. Unter allen bewegten Körpern leidet jener die geringste Reibung, welcher mit Rädern versehen ist.

II. Das Fuhrwerk geht allemal desto leichter, je höher die Räder sind, denn diese drehen sich nicht so oft um ihre Achse, als die niedern, und leiden deßhalb weniger Widerstand, als jene.

III. Eben darum wird ein Wagen auch leichter gezogen der mit 4 grossen Rädern versehen ist, die gleich hoch sind, als wenn 2 derselben kleiner sind.

IV. Werden aber die Räder ungleich gemacht, des leichten Umwendens willen z. B. bei Kutschen, so kann die Last leichter fortgezogen werden, wenn man sie auf die Achse der grössern Räder lädt.

* Diese Sätze werden durch Versuche, die man mit kleinen Wägelein, und darangehängten Gewichten macht, bestätigt.

Hidrostatik.

85.

Die Lehre vom Drucke, und Gleichgewichte flüssiger Körper, heißt Hidrostatik.

Man kann das Gleichgewicht flüssiger Wesen

1. unter sich selbst, und

2. der flüssigen mit festen Körper untereinander betrachten: mithin bringen wir das Lehrreichste dieser Materie unter diese 2 Rubriken.

1. Vom Gleichgewichte flüssiger Körper unter sich selbst; und

2. Vom Gleichgewichte flüssiger Körper mit festen, die sich in ihnen befinden.

J.

Vom Gleichgewichte flüssiger Körper unter sich selbst.

86.

I. Die Theilchen flüssiger Wesen z. B. 1, 2, 3, 4, ꝛc. welche senkrecht übereinander liegen (Fig. 36. Tab. I.) werden nicht nur unterwärts durch ihre eigene Schwere getrieben, sondern auch durch das Gewicht der Theilchen, die über denselben liegen.

Es ist daher der Druck, den die Theile eines flüssigen Körpers in einem Horizontalschnitte leiden, immer im Verhältniß der Höhe (vorausgesetzt, daß die Flüssigen unter gleichen Inbegriffen gleiche Schweren haben).

87.

II. Hat das Gefäß eine Neigung auf den Horizon, und liegen deßwegen die Theile des Flüssigen nicht senkrecht über der Basis, oder einem Horizontalschnitte, wie z. B. in A B Fig. 37. so ist der Druck der Flüssigen, wie die respektive Gewalt der Körper auf schiefen Ebenen — mithin abermal wie die Höhe (n. 73. I.).

Es ist also das Gesetz allgemein wahr. Der Druck flüssiger Wesen ist auf einen gegebenen Horizontalschnitt, wie die Perpendikularhöhe.

* Sind die Flüssigen, die man vergleicht, von verschiedener Dichtigkeit, so muß die specifische Schwere des dichtern mit in Rechnung kommen.

88.

III. Der Druck flüssiger Wesen ist in einer gegebenen Höhe (oder Tiefe) aufwärts eben so stark, als abwärts. Es sei dem Gefäß AB CD Fig. 36. die Höhe EF eine Säule von mehrern Wassertheilchen: es ist klar, daß das oberste Theilchen 1 das folgende 2 nur mit seinem Gewichte drücke, welches Gewicht ebenfalls = 1 ist; das Theilchen 2 ist unbeweglich, und seine Gegenwirkung allemal der Wirkung gleich; mithin wirkt das Theilchen 2 dem Theilchen 1 eben so stark entgegen = 1; das nemliche gilt vom Theilchen 2, welches auf das Theilchen 3 = 2 drückt; und das Theilchen 3 hinwieder mit der nemlichen Stärke = 3 gegen das Theilchen 2, u. s. w.

89.

IV. Der Druck flüssiger Wesen ist in gleicher Tiefe nach allen Seiten gleich. Denn wenn ein Theilchen an der einen Seite mehr gedrückt würde, als an der andern, so müßte es da dem stärkern Druck nachgeben, und weichen, so lange, bis der Druck von allen Seiten her gleich würde — Dieß könnte ohne Bewegung der Theilchen nicht geschehen; und mithin wären die flüssigen Wesen nie in Ruhe, das doch gegen die Erfahrung ist: also hat das angeführte Gesetz statt.

*

* Wir sehen hieraus den grossen **Unterschied** zwischen der Wirkung der **flüssigen**, und **festen** Körper; die Wirkung dieser geschieht nur nach ihrer **Schwere**; die **flüssigen** wirken mit ihrer **Schwere** und mit ihrem **Druck** nach allen Seiten zugleich.

90.

V. Die Oberflächen aller Flüssigen sind **horizontal**, wenn sie sich im Gleichgewichte (in Ruhe) befinden: dieß folgt aus dem vorigen; denn sonst wären Erhöhungen, und Vertiefungen vorhanden, mithin würde die Ruhe unmöglich sein.

* Wir sagten oben, (n. 61. 4. *. der ersten Abh.) daß die **wahre** Horizontallinie eine krumme Linie sei: die Gestalt der Oberfläche aller flüssigen Wesen ist daher **eigentlich kugelförmig**. Im grossen Weltmeere wird diese Kugelgestalt merklich: die Schiffe, welche von den Küsten segeln, verlieren sich nach und nach aus dem Gesichte, und zwar verschwinden die niedern Theile zuerst; hierauf der untere Theil des Mastes, und endlich die Spitzen derselben. —

91.

VI. Der Druck flüssiger Wesen richtet sich **nicht allgemein** nach der **Menge** der **Theilchen**; sondern immer nach der **Höhe**. Dieser Satz lautet parador; allein seine Richtigkeit erhellet ganz klar aus dem, daß der Druck der Theilchen flüssiger Wesen in **gleichen Tiefen allerwärts gleich** ist. — Woraus ferners:

92.

VII. Ein ganz kleiner Theil des Flüssigen z. B.

b e d f (Fig. 38.) kann dem Gewicht einer grossen Quantität A B C D das Gleichgewicht halten. — Die Theile bei a leiden von b e d f den nemlichen Druck, welchen sie leiden von A B C D : also ꝛc.

* Auf dieses Gesetz gründen sich, Wolfs anatomischer Heber (Sipho anatomicus) und des Gravesands Follis hydrostaticus, die wir vorzeigen: etwas ähnliches stellet vor Fig. 38. T. I.

93.

VIII. Die Gefässe mögen einförmig (vniformia) oder nicht einförmig sein (difformia); sie mögen eine Figur haben, welche sie wollen; ihre Seiten mögen oben auseinander gehen (Vasa diuergentia) [Fig. 39.] oder näher zusammenkommen (Conuergentia) [Fig. 40.] sie mögen Krümmungen oder Neigungen haben [Fig. 37.] so ist der Druck auf die Basis immer gleich, wenn in ihnen das Flüssige in gleicher Höhe steht, und sie gleiche Grundflächen haben.

* So läßt sich auch durch Versuche darthun, daß die gleich hohe Gefässe A, B, C, (Fig. 36. 39. 40.) wenn sie einen beweglichen Boden haben, an Wagbalken gehängt, einander das Gleichgewicht halten.

94.

IX. Sind die Flüssigen in Gefässen, die miteinander durch Röhren, oder Kanäle in Verbindung stehen, von einerlei Dichtigkeit, oder specifischen Schwere; so haben die Flüssigen im Gleichgewichte gleiche Höhen; ist aber die Dich-

tigkeit

tigkeit oder specifische Schwere des einen, von jener des andern verschieden; so erfolgt das Gleichgewicht nur alsdenn, wenn die Höhen mit den Schweren in verkehrter Proportion stehen — denn nur in diesem Falle ist an jener Stelle, wo sie zusammenfließen, Druck und Gegendruck gleich... z. B. bringt man in eine Röhre Quecksilber, und in eine andere, mit der jene in Verbindung ist, Wasser; so muß im Gleichgewichte das Wasser 14mal höher stehen, weil die specifische Schwere des Quecksilbers jene des Wassers 14mal übertrift.

* Auf diesen Grundsätzen beruhet die Einrichtung der Wasserleitungen und der Spritzbrunnen, wovon die Hidraulik ausführlicher handelt: wäre kein Widerstand der Luft, und der Reibung, so müßte ein Springwasser immer zur Höhe der Urquelle springen u. s. w.

** Wir haben bisher von dem Druck, den die Flüssigen auf den Boden äußern, geredet, nun auch vom Druck, den die Seiten eines Gefässes leiden.

95.

Bestimmung des Druckes der Flüssigen an den Seiten der Gefässe.

Der Seitendruck wird auf mancherlei Weisen berechnet; ich wähle die leichteste Art.

Man denke den Theil a b des Gefässes A (Fig. 38.) weg, und setze an seine Stelle die Röhre b e D E; diese Röhre müßte bis b e voll sein, wenn die

Wassertheilchen in E D an ihrem Orte bleiben d. i. wenn Druck, und Gegendruck einander gleich sein sollten; nun ist der Druck der Wassersäule b e d f gleich dem Produkte aus der Grundfläche E D in die Höhe e f: es ist aber e f = B D.

Um also zu finden, wie stark ein gewisser Theil eines Gefässes von dem Flüssigen gedrückt werde, darf nur die Fläche dieses Theils mit der senkrechten Linie, von ihm an, bis zur Wasseroberfläche, multiplizirt werden.

* Dieß gilt aber nur, wenn E D sehr klein angenommen wird; denn, da E nicht so tief steht, wie D, so ist das Mittel zwischen B D und B E als die Wasserhöhe anzusehen, und durch dieses jene Fläche der Seite, welche vom Wasser berührt wird, zu multipliziren.

I. Der Druck auf den Seiten der Gefässe ist daher auch immer grösser, je tiefer der Theil unter Wasser steht. — Daher muß das Wasser tiefer unten im Gefässe mit grösserer Gewalt herausfahren — mit abnehmender Höhe muß die Geschwindigkeit des hervorspringenden Wassers abnehmen. — Wird mit Experimenten beleget.

II. Setzen wir ein Gefäß, das die Form eines Würfels hat, und genau einen Kubikschuh Wasser enthält; und nehmen wir also an, daß eine Quadratseite ganz unter Wasser steht, so ist der Druck auf diese Fläche zunächst = dem Produkt aus dem Theil, der unter Wasser ist, in die halbe Höhe.

96.

Bei Vermischung flüssiger Materien

Behauptet die gewichtigste die unterste Stelle, die leichteste die oberste, und die übrigen nehmen nach der grössern, oder kleinern specifischen Schwere, mehr oder minder tiefe Stellen ein.

* Dieß zeigt sinnlich die sogenannte **Elementarwelt.**

** Eben darinn liegt ein Theilgrund, warum ein flüssiger Körper so lange nicht zum Gleichgewichte komme, alslange Ungleichheiten im allseitigen Druck andauern. — Eine Wirkung derlei Ungleichheiten im Druck ist

97.

Die Wellenbewegung.
(Motus vndulatorius)

Wenn z. B. in einem Wasser ein Theil der Oberfläche durch eine äußerliche Gewalt gedrückt wird, so muß sich das Wasser ringsum erheben — eine **Welle** gestalten, die desto höher, und breiter sein wird, je stärker die drückende Gewalt ist.

Das erhöhte Wasser sinkt wieder, und sinkend drückt es, und erhebt ein anders, und so muß eine wechselweise Erhöhung der Wasserflächen vorgehen, welche wechselweise Erhöhung wir die **Wellenbewegung** nennen.

I.

I. Die entfernten Wellen richten sich nothwendig nach den ersten; ist demnach die erste cirkelförmig oder oval u. s. w. so müssen die entfernten die nemliche Figur haben.

II. Man kann die kleinen Wellen als kurze Schwingungen eines Penduls ansehen, mithin dieselben als gleichzeitig annehmen.

III. Da die Peripherie der Wellen, und ihre Breite mit der Entfernung ståts wåchst, und mithin die zubewegende Masse immer grösser wird; so müssen die Wellen abnehmen, und endlich gar aufhören.

IV. Weil man erfåhrt, daß, wenn mehrere Wellen z. B. im Wasser entstehen (etwa durch das Hineinfallen der Regentropfen) sie sich ordentlich, und ohne Verwirrung durchschneiden; so erhellet, daß die wechselweisen Erhöhungen, und Vertiefungen auch in den schon bewegten Wellen statt haben.

V. Im fließenden Wasser, oder in einem sonst bewegten Flüssigen werden die Wellen nach der Richtung des Stromes fortgerissen, mithin nach dieser Richtung verlångert.

* Hieraus ist manches Phönomen in der Natur erklårbar: z. B. die Fortpflanzung des Schalles durch die Luft nach allen Richtungen — u. s. w.

2.

Vom Gleichgewichte der Flüssigen mit den festen Körpern.

98.

Es sei ein Gefäß A B C D (Fig. 41.) welches bis E F mit Wasser gefüllt ist; man hänge einen cubischen Körper a z. B. aus Blei darein. So wie der Körper a in das Wasser hineingetaucht wird, so treibt er eine Menge desselben E F g h aus dem Wege, welche dem Umfange des Körpers a genau gleich kommt.

99.

Ein fester in eine flüssige Materie z. B. in Wasser getauchter Körper leidet unstrittig eben die Aenderung, die ein eben so grosser Theil Wassers an seiner Stelle leiden würde. Ein solcher Theil Wassers aber wird vom übrigen Wasser ganz getragen, so daß sein Gewicht, womit er zu Boden sinken würde, gleichsam vernichtet ist: folglich wird auch so viel vom eingesenkten Körper getragen, und von seinem Gewichte so viel gleichsam vernichtet, als das Gewicht eines eben so grossen Theils Wasser beträgt — — — Da nun dieses von allen Flüssigen gilt: so ist dieß ein Hauptgesetz in der Hidrostatik.

I. Wenn ein fester Körper in einem flüssigen eingetaucht wird: so verliert er genau so viel von seinem Gewicht, als

das Gewicht des flüssigen vom gleichen Umfange beträgt.

II. Die Hand also, welche einen in das Wasser gesenkten Körper etwa durch Hilfe eines Fadens hält, darf nicht das ganze Gewicht des eingesenkten Körpers tragen, sondern nur soviel, als übrig bleibt, wenn vom ganzen Gewichte des Körpers, das er außerhalb dem Wasser hat, das Gewicht eines eben so grossen Theils Wassers abgezogen wird.

* Daraus die Erklärung, warum ein grosses Schiff im Wasser von einem schwachen Mann oder schwachen Winde bewegt werden könne, warum man das Gewicht eines Fisches, eines Eimers u. s. w. erst fühle, nachdem er aus dem Wasser gezogen worden u. s. w.

100.

Weitere Folgesätze.

III. Ein fester Körper verliert in flüssigen Wesen verschiedener Dichtigkeit nicht gleich viel von seinem Gewichte; in dem dichtern mehr, als im dünnern.

* Ein unter Wasser in das Gleichgewicht gebrachter Körper sinkt im Weingeist, und steigt im Salzwasser u. s. w.

IV. Von Körpern die einerlei Gewichte, aber verschiedene Inbegriffe haben, verliert jener am meisten, der einen grössern Umfang hat. — Je grösser daher die specifische Schwere eines Körpers ist; einen

nen desto kleinern Gewichtverlust leidet er: und so umgekehrt.

V. Eine tiefere Einsenkung unter das Wasser macht keinen Unterschied am Gewichte des Körpers, wenn sich die Flüssigen nicht merklich zusammendrücken lassen. —

* Wir geben einen anschaulichen Erweis dieser Sätze durch Versuche.

101.

VI. Wird ein fester Körper in ein Flüssiges z. B. in das Wasser eingesenkt, der dieses an Dichtigkeit übertrift; so sinkt er mit seiner respektiven Schwere zu Boden.

Denn er drückt in jeder Höhe stärker, als eine Menge Wassers von seinem Umfange: er muß also mit diesem Uebergewichte sinken.

102.

VII. Ein Körper, der mit dem Flüssigen gleiche specifische Schwere hat, sinkt so lange, bis er ganz untergetaucht ist, und ruhet in jeder Höhe. — Denn ein Körper von gleicher specifischen Schwere mit dem Flüssigen z. B. mit Wasser drückt in jeder Höhe gerade so stark, als eine Portion Wassers von gleichem Umfange.

* Ein Körper dieser Art verliert gleichsam alle Schwere im Flüssigen.

103.

VIII. Ist endlich der feste Körper specifisch

leichter

leichter, als das Flüssige, z. B. als das Wasser; so sinkt er so lange, bis das von der Stelle geschafte Wasser so viel wiegt, als der Körper.

Denn in diesem Falle drückt der Körper nicht so stark abwärts, als eine gleiche grosse Wasserportion an seiner Stelle drücken würde. Es kann also das Einsenken nur so lange währen, bis das von der Stelle verdrängte Wasser so viel wiegt, als der ganze Körper.

* Ein Körper taucht sich daher desto tiefer ein, je schwerer er, oder je leichter das Flüssige ist.

** Man sieht leicht ein, daß ein Körper, der auch specifisch schwerer als das Flüssige z. B. als das Wasser ist, zum Schwimmen könne gebracht werden dadurch, daß man an ihm so viel von einem leichtern Körper befestigt, oder daß man ihn in einen so grossen Raum *ausdehnt*, daß das ausgedrückte Wasser mehr wiegt, als der Körper selbst. — So schwimmen z. B. Menschen auf Blasen, vermittelst der Schwimmgürtel, Wasserharnische, oder Skaphander ꝛc. - hohle gläserne und metallene Kugeln, Bouteillen, Schiffe, u. s. w. auch sieht man daraus leicht ein, die Möglichkeit eines Luftschiffes u. s. w.

104.

IX. Wird ein leichterer Körper mit Gewalt unter Wasser getaucht, so wird er vom Wasser, das ihn umgiebt, in die Höhe getrieben, mit einer Geschwindigkeit, die der Differenz der grössern respektiven Schwere des Wassers gleich ist. . . Und da die Kraft, welche den Körper in die Höhe steigen

macht,

macht, ståts wirket, so lange der leichtere Kôrper ganz untergetauchet ist, so wird die Bewegung derselben nothwendig gleichfôrmig beschleunigt.

Auf die angefûhrten Gesetze grûndet sich

105.

Die Erklårung —

folgender Erscheinungen

1. Warum ein Schiff, das grosse Lasten trågt, nicht untergehe,

2. Wann, und wie ein Thier im Wasser schwimme (Kunst zu schwimmen V. J. Bachstrom. Berl. 1742.).

3. Was das Verhåltniß der specifischen Schwere zum Flug der Vôgel beitrage.

4. Wie die Fische im Wasser auf= und absteigen.

5. Warum die Ertrunkenen anfangs untersinken, und nach einiger Zeit, wenn die Fåulung anfångt, wieder in die Hôhe kommen.

6. Woher die Erscheinungen, des Cartesianischen Teufelchens (Doemunculus Cartesianus) u. s. w.

106.

Eben auf diesen Gesetzen grûndet sich die Einrichtung der

1. Aråometer, Hidroskopen (Araeometra, Baryllia, Hygrobaroscopia, Hydrometra) und

2. der hidrostatischen Wagen.

Aräometer (Maaß der Dünne) ist ein Werkzeug, durch dessen Einsenkung in flüssige Materien, man die Verhältnisse der Dichten, oder specifischen Schweren dieser Materien bestimmen kann.

* Vom besondern Gebrauch derselben heißt dieses Werkzeug Bier- Wein- Solwage, Salzspindel ꝛc.

107.

Die Theorie derselben ist in diesen Sätzen enthalten.

I. Wenn ein Aräometer von unverändertem Gewichte in zweierlei flüssige Materien eingesenkt wird, so verhalten sich die Dichten dieser Materien umgekehrt wie die Räume, um welche sich das Aräometer eingesenkt hat.

II. Wenn ein Aräometer in zweierlei flüssige Materien bis zur gleichen Tiefe eingetaucht wird, so verhalten sich die Dichten dieser Flüssigen, wie die Gewichte, die man in beiden Fällen dem Aräometer hat geben müssen, um es gleich tief einzusenken.

* Jeder dieser Sätze veranlaßte eine besondere Einrichtung der Aräometer: natürlich ist jene vorzüglicher, welche sich auf den lezten Satz gründet, weil sich die Gewichte leichter, als die Räume bestimmen lassen.

** Nach Fermat (Opera mathemat. Tolosae. 1679.) ist schon im vierten Jahrhundert etwas

dem

dem Aräometer ähnliches unter dem Namen *Baryllion* bekannt gewesen. Thölden soll in seiner Halographie von 1603 der Solspindel, die aus einem hölzernen Cilinder unten zugespitzt, und mit Blei eingegossen bestand, als einer bekannten Sache gedenken (Leupold Theatr. Stat. vni. P. II.). Die gewöhnliche Art der neuen Aräometer ist jene des Boile's, welche auf den I. Satz beruhet; dieser ist aber eine andere z. B. jene des Hrn. Pfarrers Hahn, welche sich auf den II. Satz gründet, vorzuziehen. — Wir zeugen diese Werkzeuge vor, und machen Versuche damit.

108.

Die hidrostatische Wage.

Diese ist ein Werkzeug, durch dessen Hilfe wir die verschiedenen eigenthümlichen Schweren sowohl der flüssigen, als festen Körper sehr genau untersuchen können. Der Unterschied der hidrostatischen von der gemeinen Wage ist nur darinn, daß jene empfindlicher, feiner, und zur Abwägung der Körper im Flüssigen bequemer eingerichtet ist.

Branders hidrostatische Wage leistet die besten Dienste. (Beschreibung einer neuen hidrostat. Wage von Georg. Fr. Brander Augsb. 1771 — Lentman von den Wagen, und einigen neuen statischen Erfind. in Crells Chemi. Arch. II. B. S. 229.)

 109.

109.

Wiegt man einerlei feste Körper in verschiedenen flüssigen Materien ab, so giebt das, was der Körper jedesmal vom Gewichte verliert, das Gewicht des Flüssigen, unter dem nemlichen Inbegrif, den der eingesenkte Körper hat. — Da kann man denn die verschiedenen Flüssige in Hinsicht ihres eigenthümlichen Gewichtes untereinander vergleichen, und finden, wie gewichtig ein gewisser dem körperlichen Inhalt nach gegebener Theil einer flüssigen Materie sei.

* Man bedient sich zum Einsenken eines gläsernen eiförmigen Körpers, der hohl, und mit Quecksilber nach Belieben zu beschweren ist.

110.

Auf gleiche Weise lassen sich die eigenthümlichen Schweren der festen Körper finden. Man verfertigt sich z. B. gleich grosse Würfel von verschiedenen Materien, bringt jeden, vor dem Einsenken in das Wasser, mit einem Gewicht an der Wage ins Gleichgewicht, und senkt hernach das würflichte Stück in das Flüssige, ins Wasser. — Das Gleichgewicht wird nun natürlich aufgehoben; dadurch aber wieder hergestellt, wenn man so viel Gewicht in die Schaale legt, als das Gewicht einer gleich grossen Menge des Wassers beträgt. — Da verhält sich denn das eigenthümliche Gewicht eines festen Körpers zum eigenthümlichen Gewichte eines Flüssigen, wie das Gewicht des festen Körpers zu dem, was er am Gewichte in dem Flüssigen — im Wasser verliert. — Darnach

lassen sich die eigenthümlichen Gewichte oder die specifischen Schweren der festen, und der flüssigen Körper untereinander vergleichen, wie es aus dem nachstehenden Verzeichniß erhellet. Das Gewicht des Regenwassers ist = 1. Ein Cubikschuhe Wassers beträgt nach rheinländischem Maaße ohngefähr 64 Pfund.

III.

Verzeichniß
der verschiedenen eigenthümlichen Schweren der festen, und flüssigen Körper (a).

Metalle.

Das feinste Gold	19, 640
Dukatengold gegossen	17, 01754
stark geschlagenes Gold	18, 588
feines gegossenes Silber	11, 091
geschlagenes	10, 500
Platina	15, 52666
die gereinigste (nach Grafen Sickingen)	21, 211
Japanisches gegossenes Kupfer	8, 3333
geschlagenes	8, 7840
gegossener Messing	8, 0000
geschlagener	8, 349
rohes Spießglas	4, 000

(a) Aus Muschenbroeks Introd. ad phil. natur. p. 536.

dreimal gereinigter Spießglaskönig	6, 852
gegossener Wißmuth	9, 700
der beste Stahl weich	7, 7679
weich Eisen	7, 6000
reines Quecksilber	14, 000
511mal destillirtes	14, 110
Einmal dest. Quecksilber	13, 570
sehr reines engl. Zinn aus Malacca	7, 331
deutsches sehr reines Blei	11, 4451
goßlarischer Zink	7, 215

Steine.

Demant	3, 4736
Achat	2, 628
Hiacinth	2, 631
Jaspis	2, 666
Saphir	3, 526
Turmalin	3, 2222
Schmaragd	2, 777
Selenit	2, 322
gemeiner Kiesel	2, 542
der reinste Quarz	2, 763
Chines. Porzellän	2, 363
Bergkristall	2, 650

Gewächse. (*)

Tannenholz	0, 550
Erlenholz	0, 755

rothes

(*) Um die Untertauchung der leichtern Körper zu bewirken, befestigt man an die leichtern schwerere, deren specif. Schwere schon untersucht ist.

rothes Brasilienholz	1, 031
Kirschholz	0, 715
Haselnholz	0, 600
Buchenholz	0, 852
Fernambukholz	1, 014
Apfelholz	0, 793
Pappelnholz	0, 783
Birnenholz	0, 661
Weidenholz	0, 585
Lindenholz	0, 604
Pfropfholz	0, 240
Holzasche	0, 930

Thierische Körper.

Rindsknochen	1, 656
Elfenbein	1, 826
Austerschalen	2, 092
Perlmutter	2, 480

Verschiedene Körper.

Bernstein	0, 040
Morgenländ. Bezoar	1, 530
Versteinert Holz	2, 341
Rothe Corallen	2, 689
Weiße	2, 500
Unächte	2, 605
Bleiweiß	3, 156
Rothes Queckſilber	13, 593

Flüssige Materien.

Regenwasser	1, 000
destillirtes Wasser	0, 993

Quell = und Bronnenwasser	0, 999
Flüßend Wasser	1, 009
Seewasser	1, 030
Weinessig	1, 011
Kuhmilch	1, 030
Leinöl	0, 932
Baumöl	0, 913
Brantewein	0, 9855
Burgunderwein	0, 935
Mallaga	1, 0159
Moseler	0, 916
Rheinwein	0, 9995

* Weil alle Körper durch die Hitze ausgedehnt und durch die Kälte zusammengezogen werden (wovon in der Abhandl. vom Feuer); so folgt, wie es Homberg und hernach Eisenschmidt angemerket haben, daß die absolute Schwere eines Cubikzolles aller Arten von Körpern im Sommer und Winter gar merklich verschieden seien. (*) Indeß ist der Unterschied bei Flüssigen alsdann erst merklich, wenn dieselben sehr kalt oder sehr warm sind.

(*) Sinnliche Darstellung im Wasserthermometer.

** Die Ungleichheit ähnlicher Verzeichnisse, welche man bei verschiedenen Naturforschern findet, mag wohl daher rühren, weil die Reinheit des Wassers nicht überall, oder nicht immer gleich ist.

112.

Die Anwendung der Hidrostatik —

Hat Boile gezeigt. — Etwas davon: 1. dienen die Gesetze der Hidrostatik die eigenthümlichen Schweren aller Körper, besonders auch der Fossilien, und dadurch dieser ihre Verschiedenheit zu bestimmen —
— — —

* Man lernt dadurch die Edelsteine zu unterscheiden, ob sie rein, oder mit fremdartigen Theilen vermischt — ob sie natürlich, oder durch Kunst nachgemacht sind — Eine solche Erforschung, und Entdeckung ist sehr wichtig für Naturkündiger, Chemiker, Juweliers, und Bergwerksverständige. — Vielleicht ließe sich auf die nemliche Weise die Aechtheit der Chinarinde bestimmen?

2. Da der Unterschied des Quecksilbers in Hinsicht auf eigenthümliche Schwere nach dem Reinigunggrade von 13 bis 14 geht (n. 110.) so lernt der Naturforscher die Nothwendigkeit, darauf bei Verfertigung der Barometer Rücksicht zu nehmen, und in Wettertabellen die Schwere des Quecksilbers anzuzeigen.

3. Die Grösse des Druckes auf einen Damm läßt sich aus dem, was wir oben sagten, leicht berechnen. Man multiplicirt denjenigen Theil, der unter Wasser steht, mit der Hälfte der Höhe, und dieses Produkt abermal mit 64 Pfund; denn soviel wiegt ein Cubikschuhe Wassers. — Z. B. wir wollen setzen, der Damm sei der Länge nach = 20 Fuß, und befinde sich 5 Schuhe tief unter Wasser; so ist der Inhalt

des

des Theiles unter dem Wasser = 100 Quadrafuß; wird dieses mit $2\frac{1}{2}$ als der halben Tiefe multiplicirt, so erhält man 250 Kubikfuß; und wenn diese abermal in 64 multiplicirt werden, so ist, 16000 Pfund die Grösse des Druckes auf den Damm.

4. Weiß man das Gewicht eines Körpers, so läßt sich die Grösse desselben dadurch finden, daß man das gegebene Gewicht durch die eigenthümliche Schwere des Körpers in dem Verzeichniß (n. 110) dividirt; der Quotient ist die verlangte Grösse. denn D ist $= \frac{M}{V}$ (n. 17. I. erste Abhandl.). also $V = \frac{M}{D}$.

5. Wenn man die Grösse, und das Gewicht eines Körpers weiß, so kann man seine eigenthümliche Schwere also finden, daß man das Gewicht durch die Grösse dividirt $D = \frac{M}{V}$.

* Dieses Gesetz führte den Archimedes auf die Entdeckung, aus wie viel Gold und Silber die Krone des Königs von Sirakus Hiero bestanden, beiläufig also! es sei A M B L ein mit Wasser bis an D C gefülltes Gefäß, und die hineingelegte Masse des Goldes = dem Gewichte der Krone, mache, daß das Wasser bis an F trete. — Hierauf werde der Versuch mit dem Silber wiederholt; man bringe, Silber = dem Gewicht der Krone, in dieses Gefäß, das Wasser erhebe sich bis G. Wenn nun das Gefäß über G in gleiche Theile getheilt, und D F = 11 solcher Theilchen D G aber = 19 derselben ist; so folgt, daß die Grösse des Goldes und Silbers sich wie D F zu

D G

D G, und mithin die eigenthümliche Schwere wie D G zu D F sich verhalten — — — Es werde nun die Krone hineingelegt — das Wasser steige bis E, so, daß E = 13. — Woraus das Verhältniß des Inhaltes des Goldes und Silbers zu einander, aus dem die Krone wirklich besteht, unschwer zu finden, u. s. w.

Inhalt
der zweiten Abhandlung.

I. Von den verschiedenen Bewegungsgesetzen.

1. Begriffe von den mancherlei Bewegungsarten.

2. Gesetze der verschiedenen Bewegungsarten.

a. Gesetze der gleichförmigen Bewegung.

b. Gesetze der gleichförmig beschleunigten, und gleichförmig abnehmenden Bewegung.

3. Gesetze der Bewegung über die schiefe Ebene.

4. Gesetze der Bewegung in Fällen, wo die Richtung bewegter Körper abgeändert wird.

a. durch das Mittelding — von der gebrochenen Bewegung.

b. durch den Gegenstand, auf den der bewegte Körper auffällt — von der abgeprällten Bewegung.

c.

c. durch den Anstoß — von der Stoßbewegung, elastischer und nichtelastischer Körper.

d. durch die Schwere — 1. Von der Bewegung geworfener Körper. 2. Von der Schwungbewegung. 3. Von der Bewegung um einen Schwerpunkt.

II. Anwendung der Bewegungsgesetze auf die Statik.

1. Vorbegriffe.

2. Vom Schwerpunkte.

3. Weise den Schwerpunkt in regalären Körpern zu finden.

4. Hauptgesetz.

5. Begrif von der Mechanik, von den Maschinen, Grundmaschinen, zusammengesetzten Maschinen 2c.

6. Vom Hebel — von der Wage; Arten, Vollkommenheit und Mängel der Wagen.

7. Von der Rolle.

8. Von dem Rade an der Welle.

9. Von der schiefliegenden Fläche.

10. Vom Keil.

11. Von der Schraube.

12. Von der Reibung, dem Haupthinderniß der Bewegung der Maschinen.

13. Theorie der Räder.

III.

III. Anwendung der Bewegungsgesetze auf Hidrostatik.

1. Vorbegriffe.

2. Vom Gleichgewichte der flüssigen Körper unter sich selbst —

a. Gesetze des Druckes der Flüssigen auf den Boden der Gefässe verschiedener Art.

b. Gesetze des Druckes der Flüssigen auf die Seiten der Gefässe.

c. Wirkungen des ungleichen Druckes einer flüssigen Masse bei Vermischung flüssiger Wesen von verschiedener Dichte — in der Wellenbewegung.

3. Vom Gleichgewichte der flüssigen Körper mit den festen.

a. Gesetze — wenn ein Körper eine gleiche Schwere mit dem Flüssigen hat, — wenn er schwerer und endlich wenn er leichter ist, und in das Flüssige getaucht wird.

b. Vom Aräometer.

c. Von der hidrostatischen Wage.

d. Vom Gebrauche beider Werkzeuge vornehmlich der hidrostat. Wage. zur Erfindung der specifischen Schwere der Körper.

4. Noch besondere Nutzen der Hidrostatik für das gemeine Leben.

500.—
Juli 84

BSB Bayerische StaatsBibliothek

MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Weber, Joseph <<von>>,

Vorlesungen aus der Naturlehre

Bd.: 2

Dilingen 1789

Math.a. 250-2
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081221-0
VD18 8003554